

杭州师范大学硕士研究生入学考试命题纸

- 求：(1) 求归一化常数 A 。(4分)
 (2) 求期望值 $\langle x \rangle$ 。(3分)
 (3) 求动量期望值 $\langle p \rangle$ 。(3分)
 (4) 求期望值 $\langle x^2 \rangle$ 。(3分)
 (5) 求动量期望值 $\langle p^2 \rangle$ 。(3分)
 (6) 求坐标 x 和动量 p 的不确定值，并与测不准关系进行比较。(6分)
2. 一维谐振子的哈密顿量写成为 $H = \frac{1}{2m} [p^2 + (m\omega x)^2]$ ，定义如下的算符

$$\begin{cases} a = \frac{1}{\sqrt{2\hbar m\omega}}(m\omega x + ip) \\ a^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2\hbar m\omega}}(m\omega x - ip) \end{cases}$$

- 求 (1) 证明 $[a, a^\dagger] = 1$ 。(4分)
 (2) 利用 a 和 a^\dagger 表示 H 。(4分)
 (3) 基态满足 $a\psi_0 = 0$ ，求基态波函数 ψ_0 和基态能量。(12分)
3. 设氢原子处于状态

$$\psi(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{2} R_{21}(r) Y_{10}(\theta, \varphi) - \frac{\sqrt{3}}{2} R_{21}(r) Y_{1-1}(\theta, \varphi),$$

- 求：(1) 氢原子能量及其几率。(4分)
 (2) 轨道角动量平方 \hat{L}^2 的可能值，可能值出现的几率。(4分)
 (3) z 分量 \hat{L}_z 的可能值，可能值出现的几率以及 \hat{L}_z 的平均值。(4分)
4. 证明：(1) 厄密算符的本征值是实数。(6分) (2) $\hat{\sigma}_x \hat{\sigma}_y \hat{\sigma}_z = i$ 。(6分)
5. 设一体系未受微扰作用时有两个能级： E_{01} 及 E_{02} ，现在受到微扰 \hat{H}' 的作用，微扰矩阵元为 $H'_{12} = H'_{21} = a$ ， $H'_{11} = H'_{22} = b$ ； a 、 b 都是实数。用微扰公式求能量至二级修正值。并严格求解，然后和微扰论结果比较。(14分)
6. 一体系由三个全同的玻色子组成，玻色子之间无相互作用。玻色子只有两个可能的单粒子态。问体系可能的状态有几个？它们的波函数怎样用单粒子波函数构成？(10分)