

杭州师范学院

2007 年招收攻读硕士研究生入学考试题

考试科目代码: 715

考试科目名称: 量子力学

说明: 1、命题时请按有关说明填写清楚、完整;

2、命题时试题不得超过周围边框;

3、考生答题时一律写在答题纸上, 否则漏批责任自负;

一、简答题 (每题 6 分共 48 分)

- 1, 什么是微观粒子的波粒二象性? 写出动量为 p 的微观粒子的德布罗意波长的表达式。
- 2, 写出量子力学薛定谔方程, 什么情况下薛定谔方程求解可以转化为定态薛定谔方程求解, 写出定态薛定谔方程, 并从定态薛定谔方程的解出发构造出薛定谔方程一般解的表达形式。
- 3, 叙述量子力学的基本原理 (或者说量子力学的基本假设)、(正确写出 4 条或 4 条以上给 6 分, 少于 4 条每条 1.5 分)。
- 4, 量子力学中力学量用厄米算符表示, 那么力学量的测量值与力学量对应的厄米算符有什么关系。证明厄米算符的本征值为实数。
- 5, 电子的自旋角动量有什么特点? 无外场情况下类氢原子光谱的精细结构是由什么引起的?
- 6, 叙述量子力学中的表象的概念, 在一个有分立本征值的力学量表象中, 任意量子力学状态和任意力学量用什么表示。设两个表象之间的变换矩阵为么正矩阵 S , 写出两表象之间态矢量和力学量对应的矩阵的变换关系。
- 7, 量子力学中处理弹性散射问题常用的两种方法是什么方法, 并说明两种方法的优缺点。
- 8, 叙述玻色子和费米子各服从什么统计规律? 这两类粒子的自旋各有什么特点?

二、计算题 102 分

- 1, 质量为 m 的粒子处于长度为 l 的一维盒子中

$$U(x) = \begin{cases} 0, & |x| \leq l \\ \infty, & |x| > l \end{cases}$$

求解粒子的能级和对应的波函数。(20 分)

- 2, 求解一维谐振子处在第一激发态时概率最大的位置。(18 分)

[提示: 一维谐振子第一激发态波函数表达式为:

$$\psi_1(x) = 2\alpha \left(\frac{\alpha}{2\sqrt{\pi}}\right)^{\frac{1}{2}} x e^{-\frac{1}{2}\alpha^2 x^2}, \text{ 其中 } \alpha = \sqrt{\frac{\mu\omega}{\hbar}}, \mu \text{ 为谐振子质量。}]$$

- 3, 设 $\psi_{nlm} = R_{nl}(r)Y_{lm}(\theta, \varphi)$ 为氢原子的能量为 E_n 定态波函数, 设 t 时刻氢原子处于状态

$$\psi(r, \theta, \varphi) = \frac{\sqrt{5}}{4} \psi_{100} e^{-\frac{i}{\hbar} E_1 t} - \frac{1}{2} \psi_{210} e^{-\frac{i}{\hbar} E_2 t} + \frac{\sqrt{7}}{4} \psi_{311} e^{-\frac{i}{\hbar} E_3 t},$$

求氢原子此时能量、角动量平方和角动量 z 分量的可能值，这些可能值出现的几率和这些力学量的平均值。(18分)

4. 在某表象中，一量子力学体系的哈密顿算符对应的矩阵为：

$$H = \begin{pmatrix} 2 & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & 1 \end{pmatrix},$$

(1) 求解 H 的本征值；(2) 求各本征值对应的归一化本征态。(16分)

5. 一个量子体系的哈密顿量为 $H = H_0 + H'$ ，其中：

$$H_0 = \begin{pmatrix} E_1 & 0 & 0 \\ 0 & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & E_3 \end{pmatrix}, \quad H' = \begin{pmatrix} a & \alpha & \beta \\ \alpha^* & b & \delta \\ \beta^* & \delta^* & c \end{pmatrix}, \quad a, b, c \text{ 为很小的实数,}$$

$|\alpha|^2 \ll 1, |\beta|^2 \ll 1, |\delta|^2 \ll 1$ 。试利用微扰法计算该量子体系的能量的 1, 2 级修正值。(16分)

6. 考虑在一维无限深势阱 ($0 < x < a$) 中运动的两个电子体系，略去电子之间的相互作用以及一切与自旋有关的相互作用，求体系的基态和第一激发态的能量和波函数。(14分)