

杭 州 师 范 大 学

2012 年招收攻读硕士研究生入学考试题

考试科目代码: 718

考试科目名称: 数学分析

- 说明: 1、命题时请按有关说明填写清楚、完整;  
2、命题时试题不得超过周围边框;  
3、考生答题时一律写在答题纸上, 否则漏批责任自负;

一 计算(本大题共 4 小题, 每题 15 分, 共 60 分)

1 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x e^{t^2} dt - x}{\ln^3(1+x)}$

2 求不定积分  $\int e^{\sqrt{x}} dx$

3 求积分  $\oint_L (x+y)dx + (x-y)dy$ , 其中  $L$  是由点  $(0,0), (1,0), (0,1)$  组成的三角形, 方向为逆时针。

4 求积分  $\iint_D e^{-x^2-y^2} dxdy$ , 其中  $D: x^2 + y^2 \leq 1$

二 分析函数  $f(x) = \frac{2^{\frac{1}{x}} - 1}{2^x + 1}$  的间断点及其类型。(15 分)

三 证明: 当  $0 < x < \frac{\pi}{2}$  时,  $\tan x > x + \frac{x^3}{3}$  (15 分)

四 证明: 过曲面  $xyz = a^3, (a > 0)$  上任意一点的切平面与三坐标面围成的四面体体积为常

数。(15分)

五 设  $u_1 > 0$ ,  $u_{n+1} = 2 + \frac{3}{u_n}$ ,  $n = 1, 2, \dots$ , 证明  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$  存在并求之。(15分)

六 设  $f(x)$  在  $[0, \pi]$  上连续, 证明存在  $\xi \in [0, \pi]$ , 使得  $2f(\xi) = \int_0^\pi f(x) \sin x dx$  (15分)

七 设函数  $f(x)$  在  $\mathbf{R}$  上定义, 在  $x=0$  处连续, 并且满足  $\forall x \in \mathbf{R}, f(x) = f(2x)$ 。证明函数  $f(x)$  为常数。(15分)