中国计量学院
2008 年攻读硕士学位研究生入学试题

考试科目名称：数学分析

考试科目代码：604

考 生 姓 名：

考 生 编 号：

考生须知：

1、所有答案必须写在**报考点提供的**答题纸上，做在试卷或草稿纸上无效。

2、答案必须写清题号，字迹要清楚，保持卷面清洁。

3、试卷、草稿纸必须随答题纸一起交回。

本试卷共 二 大题，共 二 页。

一、（共 9 小题，每小题 10 分，共 90 分）

1．数列$\{a_n\}$：$a_0=6, a_{n+1}=\sqrt{4a_n+5}, (n=0,1,2,\cdots)$，求数列极限.

2．求极限：$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt[n]{(2n+1)(2n+2)\cdots(3n)}}{n}$.

3．方程$kx+\dfrac{1}{2x^2}=3, x>0$，其中参数$k\neq 0$，就参数的取值范围确定方程实根个数.

4．求幂级数的收敛域：$\sum\limits_{0}^{+\infty}\dfrac{[6+(-1)^n 2]^n}{3^{2n+1}}x^n$.

5. 函数$u=xy^2z^3$满足$x^2+y^2+z^2-3xyz=0$，在下列两种情形分别计算$\dfrac{\partial u}{\partial y}$当

$x=y=z=1$的值：（1）x是y,z的函数，（2）z是x,y的函数.

6．计算第二类曲面积分：$I=\iint\limits_{S}(-4zx)dydz+y(8z+1)dzdx+2(1-z^2)dxdy$

其中S是曲面$z=x^2+y^2+1,(1\leq z\leq 3)$的下侧.

7．计算三重积分：$I=\iiint\limits_{V}(x+z)dv$，其中$V$是由曲面$z=\sqrt{x^2+y^2}$与

$z=\sqrt{1-x^2-y^2}$所围成的区域.

8．$f(x)$是$(-\infty,+\infty)$上的连续、单调减函数，证明$g(x)=\int_0^x(x-2t)f(t)dt$是单调增函数.

9．证明不等式：$2e<\int_2^4\dfrac{x}{\ln x}dx<\dfrac{4}{\ln 2}$.

二、（共 5 小题，每小题 12 分，共 60 分）

1．$f(x), g(x)$是定义域D上的有界函数，证明

$\sup\{f(x)+g(x)\}\geq\sup\{f(x)\}+\inf\{g(x)\}$.

2．证明函数序列$f_n(x)=\dfrac{n^2x^2}{1+n^3x^3}$在区间$[0,1]$非一致收敛；在区间$(1,+\infty)$一致收敛.

3．函数$f(x)$在区间$[a,b]$可导，$f'_+(a)>0, f(a)>f(b)$，证明存在$\xi\in(a,b)$满足$f'(\xi)=0$.

4．函数$f(x)$在$[0,2]$二阶可导，且$|f(x)|\le 1, |f''(x)|\le 1$，证明$|f'(x)|\le 2$.

5．证明广义参变积分$I(p)=\int_0^{+\infty} pe^{-px}dx$在参数区间[1，2]一致收敛，在[0，1]非一致收敛.

【完】