kaoyan.com
考研加油站

中国计量学院
2009 年攻读硕士学位研究生入学试题

考试科目名称: 数学分析

考试科目代码: 604

考 生 姓 名: ____________

考 生 编 号: ____________

考生须知:

1、所有答案必须写在**报考点提供的**答题纸上，做在试卷或草稿纸上无效。

2、答案必须写清题号，字迹要清楚，保持卷面清洁。

3、试卷、草稿纸必须随答题纸一起交回。

本试卷共 二 大题，共 二 页。

您所下载的资料来源于 kaoyan.com 考研资料下载中心
获取更多考研资料，请访问 http://download.kaoyan.com

一、（共 9 小题，每小题 10 分，共 90 分）

1．求数列$\left\{\sqrt[n]{n+1}\right\}$的极限.

2．用定义证明: $f(x)=x^2$ 在 $[a,b]$ 上一致连续, 但在$(-\infty,+\infty)$上不一致连续.

3．设 $f(x)$ 的原函数 $F(x)$ 恒正, 且 $F(0)=1$, $f(x)\cdot F(x)=x$. 求 $f(x)$.

4．求幂级数$\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{x^n}{n(n+1)}$的收敛域及其和函数.

5．设 $f(x)$ 在区间$[a,b]$上连续, 且 $f(x)>0$. 证明不等式:

$$\int_a^b f(x)dx\cdot\int_a^b\frac{1}{f(x)}dx\ge(b-a)^2.$$

6．设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上连续可微. 证明对于任何分段光滑的封闭曲线 L,有

$$\oint_L f(x^n+y^n)(x^{n-1}dx+y^{n-1}dy)=0\,(n\text{ 正整数}).$$

7．计算第二型曲面积分： $J=\iint_S y(x-z)dydz+x^2dzdx+\left(y^2+xz\right)dxdy$, 其中 S 是曲面 $z=5-x^2-y^2$ 上 $z\ge 1$ 的部分,并取外侧.

8．设函数 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上连续可导, 且 $f(0)=0$. 试求

$$\lim_{t\to 0+}\frac{1}{\pi t^4}\iiint_V f\left(\sqrt{x^2+y^2+z^2}\right)dxdydz,$$

其中积分区域为$V: x^2+y^2+z^2\le t^2$.

9．讨论级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\sin\frac{x}{n}$ 的收敛性(包括条件收敛或绝对收敛).

二、（共 5 小题，每小题 12 分，共 60 分）

1．设 $f(x)$ 在闭区间 $[a,b]$ 上连续.证明在开区间(a,b) 内至少存在一点ξ, 使

$$\int_a^b f(x)dx=f(\xi)(b-a).$$

2．设函数 f 在$(0,+\infty)$上满足方程$f(2x)=f(x)$, 且 $\lim_{x\to+\infty}f(x)=A$. 证明:

$$f(x)=A,\ x\in(0,+\infty).$$

3．判断函数项级数在所示区间上的一致收敛性:

(1) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{x^2+n},\ x\in(-\infty,+\infty)$; (2) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin nx}{n},\ x\in(0,2\pi)$.

4．证明函数 $F(y)=\int_0^{+\infty}e^{-(x-y)^2}dx$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上连续.

5．若 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=a$，则 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}=a$.

kaoyan.com 考研加油站
www.kaoyan.com
kaoyan.com 考研加油站