



浙江师范大学 2004 年攻读硕士学位研究生 入学考试试题

考试科目：数学分析与高等代数

报考专业：课程与教学论

数学分析部分（共 90 分）

一、（每小题 5 分，共 25 分）试求下列极限：

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n^2})^{-n^2}$

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}}$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)}{x}$

4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^n}{1+a^n} (a \neq -1)$

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x}$

二、（10 分）在给定容积 V 的条件下，做一个有盖圆柱形罐头。问当罐头的高和底的半径之比是多少时，用料最省？

三、（10 分）试求抛物线 $y^2 = 2x$ 与 $x^2 = 2y$ 所围图形的面积。

四、（10 分）试证明对任何 $x \in [-1, 1]$, 有

$$\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$$

五、（15 分）证明 $f(x) = \frac{1}{x}$ 在 $(0, 1)$ 上连续，但不一致连续。

六、（20 分）运用柯西（Cauchy）准则证明

(1) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n}$ 收敛

(2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ 发散



浙江师范大学 2004 年攻读硕士学位研究生
入学考试试题

考试科目: 数学分析与高等代数

报考专业: 课程与教学论

高等代数部分

一、选择题: (每小题 3 分, 共 15 分。将答案写在答题纸上)

1. 设 $f(x), g(x) \in P[x]$, 与 $(f(x), g(x))=1$ 不等价的是()。

A. $(f(x)+g(x), g(x))=1$ B. $(f^2(x), g^2(x))=1$
 C. $(f(x)g(x), f(x)+g(x))=1$ D. $f(x), g(x)$ 在 P 中没有公共的根
2. 如果 n 维向量组 a_1, a_2, \dots, a_s 可由 n 维向量组 $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_t$ 线性表出, 那么, 下列结论正确的是()。

A. a_1, a_2, \dots, a_s 线性相关
 B. $s \leq t$
 C. $\text{秩}(a_1, a_2, \dots, a_s) \leq \text{秩}(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_t)$
 D. $\text{秩}(a_1, a_2, \dots, a_s) \geq \text{秩}(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_t)$
3. 设 n 元实二次型 $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} x_i x_j = X'AX$, 下列条件中与 $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 半正定不等价的是()。

A. A 的所有主子式大于等于零
 B. A 的所有顺序主子式大于等于零
 C. 存在 n 级矩阵 C , 使得 $A=C'C$
 D. $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 的正惯性指数与它的秩相等
4. 设集合 $V = \left\{ \begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 \\ \alpha_3 & \alpha_4 \end{pmatrix} \mid \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4 \text{ 为复数} \right\}$ 关于矩阵的运算作成实数域上的线性空间, 那么, 线性空间 V 的维数为()。

A. 2 B. 4 C. 6 D. 8
5. 设 A 是数域 P 上的 n 维线性空间 V 的一个线性变换, 那么下列叙述中正确的是()。

A. 线性变换 A 在数域 P 中一定存在 n 个不同的特征值
 B. 线性变换 A 在数域 P 中至少有一个特征值
 C. 分别属于不同特征值 λ_1, λ_2 的两个特征向量 ξ_1, ξ_2 必线性无关
 D. 关于 A 的所有特征子空间 $V_{\lambda_i} (i=1, 2, \dots, s)$ 的和空间的维数为 n

0137

浙江师范大学全日制硕士研究生入学考试专业课试题版权所有 违者必究
 地址:浙江省金华市浙江师范大学研究生招生办 邮编:321004 电话:0579-2282645 传真:0579-2280023
 浙江师范大学研究生学院网站 <http://yjsb.zjnu.net.cn> 浙江师范大学党委研工部网站 <http://ygb.zjnu.net.cn>
 浙江师范大学研究生学院学术论坛 <http://yjsb.zjnu.net.cn/bbs/> 考研你我他交流圈: <http://kaoyan.niwota.com>

欢迎全国各地考生报考我校!

请关注以上网站获取本校最新考研信息



浙江师范大学 2004 年攻读硕士学位研究生
入学考试试题

考试科目: 数学分析与高等代数

报考专业: 课程与教学论

二、计算题: (第 1 小题 8 分, 第 2, 3 小题各 10 分, 共 28 分)

1. 设

$$D = \begin{vmatrix} x & y & z \\ y+z & x+z & x+y \\ x^2 & y^2 & z^2 \end{vmatrix},$$

(1) 计算行列式 D ;

(2) 如果 x, y, z 互不相同, 且 $D=0$, 那么 x, y, z 应满足什么条件。

2. 当 a, b 取什么值时, 方程组

$$\begin{cases} ax_1 + x_2 + x_3 = 4, \\ x_1 + bx_2 + x_3 = 3, \\ x_1 + 2bx_2 + x_3 = 4, \end{cases}$$

有解, 在有解的情况下求解方程组。

3. 在 $P^{2 \times 2}$ 中定义线性变换

$$\mathbf{A}(X) = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} X,$$

(1) 求线性变换 \mathbf{A} 在基

$$E_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, E_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, E_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, E_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

下的矩阵;

(2) 求线性变换 \mathbf{A} 的特征值与特征向量。

0128



浙江师范大学 2004 年攻读硕士学位研究生
入学考试试题

考试科目: 数学分析与高等代数

报考专业: 课程与教学论

三、证明题: (第 1 小题 10 分, 第 2 小题 7 分, 共 17 分)

1. 设实数域 R 上的齐次线性方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = 0, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = 0, \\ \dots\dots\dots \\ a_{s1}x_1 + a_{s2}x_2 + \cdots + a_{sn}x_n = 0, \end{cases}$$

的解空间为 V_1 , 方程组中的每一个方程都可以确定一个向量, 得向量组

$$\begin{aligned} a_1 &= (a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1n}), \\ a_2 &= (a_{21}, a_{22}, \dots, a_{2n}), \\ &\dots\dots\dots \\ a_s &= (a_{s1}, a_{s2}, \dots, a_{sn}), \end{aligned}$$

V_2 是由向量组 a_1, a_2, \dots, a_s 生成的子空间, 即

$$V_2 = L(a_1, a_2, \dots, a_s),$$

证明: V_1 与 V_2 互为正交补, 即证 $V_1 \perp V_2$, 且 $V_1 + V_2 = R^n$.

2. 证明: 任意一个可逆的 n 级实矩阵 A 都可以分解成一个正交矩阵 Q 和一个上三角矩阵 T 的积, 即 $A = QT$.