

浙江师范大学 2005 年研究生 入学考试试题

考试科目：高等数学

报考学科、专业：理论物理、光学

考生注意：(1)请在答题纸上答题，答在别处无效
(2)本试卷共十一大题，满分 150 分

一、填空题(本题共 10 小题,每小题 4 分,满分 40 分)

(1) 设 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - (ax + bx^2)}{x^2} = 2$, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 求 $y = \frac{x}{\arctan x}$ 的间断点 $\underline{\hspace{2cm}}$, 类型 $\underline{\hspace{2cm}}$.

(3) 求 $z = \arctan \frac{y}{x}$ 在 $(1, 1, \frac{\pi}{4})$ 处的全微分 $\underline{\hspace{2cm}}$ 和切平面方程 $\underline{\hspace{2cm}}$.

(4) 已知 $f(x) = e^x$ 在 $(-\pi, \pi)$ 上以 2π 为周期的傅里叶级数的和函数为 $S(x)$, 则 $S\left(\frac{3\pi}{2}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$.

(5) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^x - n^{-x}}{n^x + n^{-x}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(6) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x = \underline{\hspace{2cm}}$.

(7) 求方程 $y'' - y' = e^x$ 的通解 $\underline{\hspace{2cm}}$.

(8) 已知 $\vec{a} = x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k}$, 求 $\operatorname{div}(\operatorname{rot} \vec{a}) = \underline{\hspace{2cm}}$.

(9) 已知 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, 则 $A^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(10) 平面板由 $y = x^2$, $y = 4$, $x = 0$ 所围成, 其面密度 u 为常数, 则平板的重心坐标 $x_0 = \underline{\hspace{2cm}}$, $y_0 = \underline{\hspace{2cm}}$.

二、计算(本题共 2 小题,每小题 7 分,满分 14 分)

(1) $\int \sin(\ln x) dx$;

(2) $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx$.

第 1 页 共 2 页

11343

浙江师范大学全日制硕士研究生入学考试专业课试题 版权所有 违者必究

地址:浙江省金华市浙江师范大学研究生招生办 邮编:321004 电话:0579-2282645 传真:0579-2280023

浙江师范大学研究生学院网站 <http://ysb.zjnu.net.cn> 浙江师范大学党委研工部网站 <http://ygb.zjnu.net.cn>

浙江师范大学研究生学术论坛 <http://ysb.zjnu.net.cn/bbs/> 考研你我他交流圈: <http://kaoyan.niwota.com>

欢迎全国各地考生报考我校！

请关注以上网站获取本校最新考研信息

- 三、(8分) 设函数 $z = z(x, y)$ 由方程 $F\left(x + \frac{z}{y}, y + \frac{z}{x}\right) = 0$ 所确定, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$.
- 四、(10分) 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 2^n} x^{n-1}$ 的收敛域, 并求其和函数.
- 五、(10分) 设 $f(x) = \sin x - \int_0^x (x-t)f(t)dt$, 其中 f 为连续函数, 求 $f(x)$.
- 六、(10分) 将函数 $f(x) = \frac{\pi-x}{2} (0 \leq x \leq \pi)$ 展开成正弦级数, 并求级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{2n-1}$.
- 七、(15分) 求二元函数 $z = f(x, y) = x^2y(4-x-y)$ 在由直线 $x+y=6$, x 轴和 y 轴所围成的闭区域 D 上的极值, 最大值和最小值.
- 八、(10分) 计算曲面积分 $\iint_S (2x+z) dy dz + zdxdy$, 其中 S 为有向曲面 $z = x^2 + y^2$ ($0 \leq z \leq 1$), 其法向量与 z 轴正向夹角为锐角.
- 九、(8分) 求 $I = \int_L (x+y)^2 dx - (x^2 + y^2 \sin y) dy$, 其中 L 是抛物线 $y = x^2$ 上从点 $(-1, 1)$ 到点 $(1, 1)$ 的那一段.
- 十、(15分) 设矩阵 A 与 B 相似, 其中
- $$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & -2 \\ -3 & -3 & a \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & b \end{pmatrix}$$
- (1) 求 a 和 b 的值;
 (2) 求可逆矩阵 P , 使 $P^{-1}AP = B$.
- 十一、(10分) 设 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上连续, 在 $(0, 1)$ 内可导, 且 $f(0) = 0, f(1) = 1$. 试证在 $(0, 1)$ 内存在不相等的两个数 ξ, η , 使 $\frac{1}{f'(\xi)} + \frac{2}{f'(\eta)} = 3$.

第二页 共2页

11.11.11

欢迎全国各地考生报考我校!

请关注以上网站获取本校最新考研信息