浙江师范大学 2006 年硕士研究生
入学考试试题

考试科目：365 高等数学　　　　**报考学科、专业：光学、理论物理**

一、　（36 分）填空题

1、　极限 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\mathrm{e}(1-x)^{\frac{1}{x}}\right)^{\frac{1}{x}}=$ ______①______.

2、　函数 $y=\dfrac{\ln x}{\arcsin\sqrt{1-2x}}$ 的定义域为______②______.

3、　曲线 $\begin{cases} y=2x \\ z=3x^2+y^2 \end{cases}$ 点 $(1,2,7)$ 处切线方程为 ____③____.

4、　函数 $f(x)=\int_0^{x^2}(t-1)\mathrm{e}^{t^2}\,\mathrm{d}t$ 的极大值点为____④____.

5、　设 $f(x)=\begin{cases} 1+x^2, x<0 \\ \mathrm{e}^x, x\ge 0 \end{cases}$，则 $\int_1^3 f(x-2)\,\mathrm{d}x=$ ____⑤____.

6、　设 $\begin{cases} \mathrm{x}=\mathrm{e}^{2\mathrm{t}}-1 \\ \mathrm{y}=\mathrm{t}^3+1 \end{cases}$　　则 $\dfrac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2}=$ ____⑥____.

7、　由方程 $xyz+\sqrt{x^2+y^2+z^2}=\sqrt{2}$ 确定 $z=z(x,y)$ 在点 $(1,0,-1)$ 处的全微分 $\mathrm{d}z=$ ______⑦______.

8、 设$z=z(x,y)$由方程$x^2+y^2+z^2=xf\left(\dfrac{y}{x}\right)$确定，其中$f$可微

则 $\dfrac{\partial z}{\partial y}=$_____⑧_____.

9、 若有界平面区域D的边界为圆$(x-1)^2+y^2=1$，则二重积分

$\iint\limits_{D}\sqrt{x^2+y^2}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y=$_____⑨_____.

二、 （40分）计算题

1、 设方程$\mathrm{e}^y+xy=\mathrm{e}$确定隐函数$y=y(x)$，求$y'(0)$，$y''(0)$.

2、 求不定积分$\displaystyle\int\frac{x+1}{x^2-x-12}\mathrm{d}x$.

3、 求定积分$\displaystyle\int_0^1\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x^2}}\mathrm{d}x$.

4、 求微分方程$y''-y'=x^2$的通解.

三、 （7分）判断级数$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{n-\ln n}$的敛散性.

四、 （8分）将二重积分$\iint\limits_{D}f(x,y)\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$化为累次积分，其中D由抛物线

$y=x^2$ 和 $y=4-x^2$所围.

五、 （8 分）把一块宽为 24cm 的长方形铁皮两边折起来做成一个截面为等腰梯形的水槽，如何设计才能使截面面积最大？不要具体计算，只需给出计算的式子及主要步骤.

六、 （10 分）利用斯托克公式计算

$I=\oint_{\Gamma}(y-z)\mathrm{d}x+(z-x)\mathrm{d}y+(x-y)\mathrm{d}z$，其中$\Gamma$为椭圆

$\begin{cases} x^2+y^2=a^2 \\ \dfrac{x}{a}+\dfrac{z}{b}=1 \end{cases}$，从 z 轴的正向看去为逆时针方向为曲线Γ的正向.

七、 （10 分）已知$A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 4 & -2 & 1 \\ -\frac{3}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$，求$A$的逆矩阵.

八、 （15 分）求矩阵$A=\begin{pmatrix} 3 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & -2 \\ -3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$的特征值和特征向量.

九、 （6 分）设$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$上连续，$f(-x)=f(x)$，且

$F(x)=\int_0^x(x-2t)f(t)\mathrm{d}t$，试证明$F(x)$也是偶函数。

十、 （10 分）设$f(x)$在$[0,c]$上可导，且$f'(x)$单调减，$f(0)=0$，

$0\le a\le b\le a+b$，证明$f(a+b)\le f(a)+f(b)$.