

浙江师范大学 2007 年硕士研究生入学考试试题

科目代码: 482

科目名称: 高等数学

提示:

- 1、本科目适用专业: 070201 理论物理、070205 凝聚态物理、070207 光学;
- 2、请将所有答案写于答题纸上, 写在试题上的不给分;
- 3、请填写准考证号后 6 位: _____。

一、填空题 (本题共 10 小题, 每小题 4 分, 满分 40 分)

(1) 函数 $\frac{1}{\sqrt{2x-x^2}} + \arcsin \frac{2x+1}{3}$ 的定义域为 ①_____。

(2) 函数 $f(x) = \frac{(x^2-1)e^{\frac{1}{x}}}{x^2+x-2}$ 的第一类间断点的个数为 ②_____。

(3) 极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(1+\frac{1}{x})}{\arccot x} =$ ③_____。

(4) 曲线 $\begin{cases} x=1+t^2 \\ y=t^3 \end{cases}$ 在 $t=1$ 处的切线方程为 ④_____。

(5) $\int \tan^4 x dx =$ ⑤_____。

(6) $\frac{d}{dx} \int_x^{x^4} \cos t^2 dt =$ ⑥_____。

(7) 已知 $x+y+z=e^{-(x+y+z)}$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$ ⑦_____。

(8) 幂级数 $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n!} (x-1)^n$ 的收敛半径为 ⑧_____。

(9) 设有数量场 $u = \ln \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, 则 $\nabla \times \nabla u =$ ⑨_____。

(10) 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, ($ad-bc \neq 0$); 则其逆矩阵 $A^{-1} =$ ⑩_____。

二、(本题满分 12 分)

曲线弧 $y = \sin x$ ($0 < x < \pi$) 上哪一点处的曲率半径最小? 并求出该点处的曲率半径。

三、(本题满分 10 分)

计算圆盘 $x^2 + (y-5)^2 = 16$ 绕 x 轴旋转所产生的轮胎型旋转体的体积.

四、(本题满分 10 分)

求微分方程 $y'' - 3y' + 2y = \sin^2 x$ 的通解.

五、(本题满分 12 分)

设 $f(u)$ 具有二阶连续导数, 而 $z = f(e^x \sin y)$ 满足方程 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = ze^{2x}$, 求 $f(u)$.

六、(本题满分 10 分)

交换累次积分 $I = \int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{2x-x^2}} f(x, y) dy + \int_1^2 dx \int_0^{2-x} f(x, y) dy$ 的积分次序.

七、(本题满分 12 分)

选择 a 和 b , 使得 $(2ax^3y^3 - 3y^2 + 5)dx + (3x^4y^2 - 2bxy - 4)dy$ 是某一函数 $u(x, y)$ 的全微分, 并求 $u(x, y)$.

八、(本题满分 10 分)

判定级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \ln n}{\sqrt{n}}$ 的敛散性.

九、(本题满分 10 分)

将 $f(x) = e^x (0 \leq x \leq \pi)$ 展成余弦级数.

十、(本题满分 12 分)

选择 λ 的值使方程组 $\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + \lambda x_2 + x_3 = \lambda \\ x_1 + x_2 + \lambda x_3 = \lambda^2 \end{cases}$ 有解, 并解之.

十一、(本题满分 12 分)

求矩阵 $A = \begin{pmatrix} 8 & -2 & -1 \\ -2 & 5 & -2 \\ -3 & -6 & 6 \end{pmatrix}$ 的特征值和特征向量.