

浙江师范大学 2008 年硕士研究生入学考试试题

科目代码: 882

科目名称: 高等数学

提示:

- 1、本科目适用专业: 070201 理论物理、070205 凝聚态物理、070207 光学;
- 2、请将所有答案写于答题纸上, 写在试题上的不给分;
- 3、请填写准考证号后 6 位: _____。

一、填空题 (本题共 10 小题, 每小题 4 分, 满分 40 分)

(1) 设 $f(x)$ 的定义域 $D=[0,1]$, 则函数 $f(x^2)$ 的定义域为 ①。

(2) $x=0$ 是函数 $f(x)=\sin\frac{1}{x}$ 的 ② 间断点。

(3) 曲线 $x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}=a^{\frac{2}{3}}$ 在点 $(\frac{\sqrt{2}}{4}a, \frac{\sqrt{2}}{4}a)$ 处的法线方程为 ③。

(4) 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{\sec x - \cos x} =$ ④。

(5) 曲线 $y = \ln \sec x$ 在点 (x, y) 处的曲率半径为 ⑤。

(6) $\int \frac{dx}{x(x^6+1)} =$ ⑥。

(7) $\frac{d}{dx} \int_{x^3}^{x^4} \frac{dt}{\sqrt{1+t^4}} =$ ⑦。

(8) 幂级数 $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n \cos \frac{2n\pi}{3}}{2^n}$ 为 ⑧ (绝对收敛, 条件收敛, 发散)。

(9) 向量场 $\vec{A} = (z + \sin y)\vec{i} - (z - x \cos y)\vec{j}$ 的旋度 $\nabla \times \vec{A} =$ ⑨。

(10) 已知 A 为三阶方阵, 且 $|A|=3$, 则 $|(3A)^{-1}| =$ ⑩。

二、(本题满分 12 分)

设 $f(x) = a|\cos x| + b|\sin x|$ 在 $x = -\frac{\pi}{3}$ 处取得极小值, 并且 $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} [f(x)]^2 dx = 2$ 。试

求常数 a 和 b 。

三、(本题共 2 小题, 每小题 6 分, 满分 12 分)

(1) 求 $y = x^2 - 2x$, $x=1$, $x=3$ 及 x 轴所围图形的面积;

(2) 求此图形绕 x 轴旋转一周所得立体的体积.

四、(本题满分 10 分)

求微分方程 $y'' - 2y' - 3y = 3x + 1$ 的通解.

五、(本题满分 10 分)

设 f 具有一阶连续偏导数, $u = f(x^2 - y^2, e^{xy})$, 求 $\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}$.

六、(本题满分 12 分)

计算二重积分 $\iint_D e^{x+y} dx dy$, 其中 $D = \{(x, y) \mid |x| + |y| \leq 1\}$.

七、(本题满分 10 分)

求 $\oiint_{\Sigma} \vec{A} \cdot d\vec{S}$, 其中 $\vec{A} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, Σ 是球面 $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ 的外侧.

八、(本题满分 10 分)

求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^p}$ 的收敛半径和收敛域, 其中 p 为大于零的常数.

九、(本题满分 12 分)

将 $f(x) = \begin{cases} \pi + x, & -\pi \leq x \leq 0 \\ \pi - x, & 0 < x \leq \pi \end{cases}$ 展成 Fourier 级数并证明 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} = \frac{\pi^2}{8}$.

十、(本题满分 10 分)

设 J_n 为所有元素全为 1 的 n ($n > 1$) 阶方阵, 证明 $E - J_n$ 可逆, 且其逆矩阵为 $E - \frac{1}{n-1} J_n$, 其中 E 为 n 阶单位矩阵.

十一、(本题满分 12 分)

求矩阵 $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -4 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ 的特征值和特征向量.