# 浙江师范大学 2010 年硕士研究生入学考试初试试题

**科目代码：** 882 **科目名称：** 高等数学

**适用专业：** 070201 理论物理、070205 凝聚态物理、070207 光学

提示：

1、请将所有答案写于答题纸上，写在试题上的不给分；

2、请填写准考证号后 6 位：____________。

**一、填空题：**（共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）

（1） 函数 $\sqrt{3-x}+\arctan\dfrac{1}{x}$ 的定义域为___①___.

（2） 函数 $f(x)=\dfrac{x}{\tan x}$ 的间断点为 $x=$___②___.

（3） 曲线 $\begin{cases} x=\dfrac{3}{\pi}(1+t^2) \\ y=2\cos t \end{cases}$ 的平行于 $y=x$ 的法线方程为___③___.

（4） 极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int_{\cos x}^{1} e^{-t^2}\mathrm{d}t}{x^2}=$___④___.

（5） 曲线 $y=\ln(x^2+1)$ 为凹的区间是___⑤___.

（6） $\int x\tan^2 x\mathrm{d}x=$___⑥___.

（7） 设 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{1+x}, & x\ge 0, \\ \dfrac{1}{1+e^x}, & x<0, \end{cases}$ 则 $\int_0^2 f(x-1)\mathrm{d}x=$___⑦___.

（8） 幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\dfrac{3^n+(-2)^n}{n}x^n$ 的收敛半径为___⑧___.

（9） 向量场 $\vec{A}=y^2\vec{i}+xy\vec{j}+xz\vec{k}$，则 $\nabla\cdot\nabla\times\vec{A}=$___⑨___.

（10） 已知 $A$ 为三阶方阵，$|A|=3$，$A^*$ 是 $A$ 的伴随矩阵，则 $|A^*|=$___⑩___.

二、（本题满分 10 分）

设$a,b$为常数，若$\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2+x+1}-ax-b)=0$，求$a,b$.

三、(本题满分 12 分)

求由星形线$\begin{cases}x=a\cos^3 t\\ y=a\sin^3 t\end{cases}$所围的面积以及它绕 x 轴旋转所成的旋转体体积.

四、(本题满分 10 分)

求微分方程$\begin{cases}y''+y+\sin 2x=0,\\ y|_{x=0}=1,\ y'|_{x=0}=1\end{cases}$的特解.

五、(本题满分 12 分)

函数$u=f(x,y,z)$具有一阶连续偏导数，$z=z(x,y)$由方程$xe^x-ye^y=ze^z$确定，求$\mathrm{d}u$.

六、(本题满分 10 分)

计算累次积分$I=\int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}}\mathrm{d}y\int_{\frac{1}{2}}^{\sqrt{y}}e^{\frac{y}{x}}\mathrm{d}x+\int_{\frac{1}{2}}^{1}\mathrm{d}y\int_{y}^{\sqrt{y}}e^{\frac{y}{x}}\mathrm{d}x$的值.

七、(本题满分 12 分)

函数$Q(x,y)$具有一阶连续偏导数，曲线积分$\int_L 2xy\mathrm{d}x+Q(x,y)\mathrm{d}y$与路径无关，对于任意$t$，有$\int_{(0,0)}^{(t,1)}2xy\mathrm{d}x+Q(x,y)\mathrm{d}y=\int_{(0,0)}^{(1,t)}2xy\mathrm{d}x+Q(x,y)\mathrm{d}y$，求$Q(x,y)$.

八、(本题满分 10 分)

判定级数$\sum\limits_{n=2}^{\infty}[n^2(\tan\frac{\pi}{2^n})(\sin n!)]$的敛散性.

九、(本题满分 10 分)

将$f(x)=\begin{cases}x, & -\pi\le x<0,\\ 1, & x=0,\\ 2x, & 0<x\le\pi\end{cases}$展成 Fourier 级数.

十、(本题满分 10)

设$5\times4$矩阵$A$的秩为 3，非齐次线性方程组$AX=b$有三个解向量$\xi_1,\xi_2,\xi_3$，且$\xi_1=(1,2,3,4)^{\mathrm{T}}$，$\xi_2+\xi_3=(2,3,4,5)^{\mathrm{T}}$，求$AX=b$的通解.

十一、(本题满分 14 分)

求矩阵 $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 2\\ 2 & 1 & 2\\ 2 & 2 & 1\end{pmatrix}$ 的特征值和特征向量，并说明 $A$ 能否与对角阵相似.