

浙江师范大学 2011 年硕士研究生入学考试初试试题 (A 卷)

科目代码: 904 科目名称: 数学分析与高等代数

适用专业: 045104 学科教学 (数学)

提示:

- 1、请将所有答案写于答题纸上, 写在试题上的不给分;
- 2、请填写准考证号后 6 位: _____。

1、求极限 (共 2 题, 每小题 8 分, 共 16 分)

$$(1) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{\pi - x}; \quad (2) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^3} + \frac{1+2}{n^3} + \cdots + \frac{1+2+3+\cdots+n}{n^3} \right)。$$

2、(12 分) 试证: 对于任意的实数 a 和 b 成立不等式

$$\frac{|a+b|}{1+|a+b|} \leq \frac{|a|}{1+|a|} + \frac{|b|}{1+|b|}。$$

3、(12 分) 求 $f(x) = x^2 + \frac{432}{x}$ 的极值点与极值。

4、求积分 (共 2 题, 每小题 8 分, 共 16 分)

$$(1) \int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx; \quad (2) \int x^3 \ln x dx。$$

5、(12 分) 计算由曲线 $y = x^2 + 1, x + y = 3, x = 0, y = 0$ 所围成的平面区域的面积。

6、(14 分) 求由圆 $x^2 + (y-R)^2 = r^2 (r < R)$ 绕 x 轴一周所得的旋转体体积。

7、(14 分) 求行列式

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 & -1 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 3 & 5 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 3 & 5 \end{vmatrix}$$

8、(14 分) 已知 $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, 求 A^{-1} 。

9、(20 分) 设 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关, 证明 $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_3 + \alpha_1$ 也线性无关。

10、(20 分) 试证函数 $f(x) = x - [x]$, 在 $(-\infty, +\infty)$ 的最小正周期是 1。

