

## 浙江师范大学 2011 年硕士研究生入学考试初试试题 (A 卷)

科目代码: 681 科目名称: 数学分析

适用专业: 基础数学、计算数学、应用数学、运筹学与控制论、系统理论。

提示:

- 1、请将所有答案写于答题纸上, 写在试题上的不给分;
- 2、请填写准考证号后 6 位: \_\_\_\_\_。

一、计算题: (共 5 小题, 每小题 8 分, 共 40 分)

1、求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \int_0^x e^{t^2} dt}{x^2 \sin 2x}$ 。

2、求极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n}{n!}$ 。

3、设  $z = (xy)^x$ , 求  $\frac{\partial z}{\partial x}$  和  $\frac{\partial z}{\partial y}$ 。

4、求积分  $\int \frac{\cos x \sin^3 x}{1 + \cos^2 x} dx$ 。

5、计算曲线积分  $\int_L (\sin y + y) dx + x \cos y dy$ , 其中  $L$  为:  $y = x(\pi - x)$ , 起点为  $A(0,0)$ , 终点为  $B(\pi,0)$ 。

二、简答题: (共 2 小题, 每小题 10 分, 共 20 分)

1、叙述下面定义:

(1)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ;

(2) 当  $x \rightarrow a+0$  时,  $f(x)$  不以  $A$  为极限。

2、讨论二元函数在一点可微与偏导数存在的关系, 并说明理由。

三、(12 分) 设  $0 < x_1 < 3$ ,  $x_{n+1} = \sqrt{x_n(3-x_n)}$ , ( $n=1,2,\dots$ )。证明  $\{x_n\}$  的极限存在, 并求此极限。

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{\pi}{x}, & x < 0, \\ A, & x = 0, \\ ax^2 + b, & x > 0. \end{cases}$$

四、(12分) 设  $f(x)$  在  $x=0$  处可导，为什么？并求  $f'(0)$ 。

五、(15分) 叙述  $f(x)$  在  $[a, b]$  上不一致连续的定义。并证明：

如  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = +\infty$ ，则  $f(x)$  在  $[1, +\infty)$  上非一致连续。

六、(12分) 设  $f(x)$  在  $[-1, 1]$  上二次连续可微，且有  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 0$ 。证明：

级数  $\sum_{n=1}^{\infty} f\left(\frac{1}{n}\right)$  绝对收敛。

七、(12分) 证明含参量反常积分  $I(y) = \int_0^{+\infty} ye^{-yx} dx$  在

- (1) 闭区间  $[c, d]$  ( $c > 0$ ) 上一致收敛；
- (2) 闭区间  $[0, d]$  上不一致收敛。

八、(15分) 求幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{2n+1}{n} x^{2n}$  的收敛域及和函数。

九、(12分) 求积分  $\iiint_S x^3 dydz + y^3 dzdx + z^3 dxdy$ ，其中  $S$  是单位球面

$x^2 + y^2 + z^2 = 1$  的内侧。