

浙江师范大学 2012 年硕士研究生入学考试初试试题 (A 卷)

科目代码: 904 科目名称: 数学分析与高等代数

适用专业: 045104 学科教学 (数学)

提示:

- 1、请将所有答案写于答题纸上, 写在试题纸上的不给分;
- 2、请填写准考证号后 6 位: _____。

1、求极限 (共 2 题, 每小题 8 分, 共 16 分)

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x}$; (2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^3} + \frac{1+2}{n^3} + \Lambda + \frac{1+2+3+\Lambda+n}{n^3} \right)$ 。

2、(12 分) 试证: 对于任意的实数 a 和 b 成立不等式

$$\frac{|a+b|}{1+|a+b|} \leq \frac{|a|}{1+|a|} + \frac{|b|}{1+|b|}.$$

3、(12 分) 求曲线 $y = \frac{x^3}{x^2 + 2x - 3}$ 的渐近线。

4、求积分 (共 2 题, 每小题 8 分, 共 16 分)

(1) $\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$; (2) $\int \cos 3x \cos 2x dx$ 。

5、(12 分) 求由圆柱面 $x^2 + y^2 = a^2$ 与 $x^2 + z^2 = a^2$ 所围成的立体体积。

6、(14 分) 求圆锥 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 在圆柱体 $x^2 + y^2 \leq x$ 内那一部分的面积。

7、(14 分) 求行列式 $\begin{vmatrix} 5 & 3 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 7 & 2 & 5 & 2 \\ 0 & -2 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & -1 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 5 & 0 \end{vmatrix}$ 的值

8、(14分) 已知 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, 求 A^{-1} 。

9、(20分) 如果矩阵 A 满足 $A^k = 0$, 试证: $(E - A)^{-1} = E + A + A^2 + A^3 + \dots + A^{k-1}$ 。

10、(20分) 讨论函数 $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ 在什么条件下, 其反函数就是它本身。