浙江理工大学

二OO八年硕士学位研究生招生入学考试试题

考试科目：数学分析　　代码：721

注1：请考生在答题纸上答题（写明题号，不必抄题），写在此试卷上或草稿纸上一律无效；

注2：3小时完成，满分150分．

一(每小题3分，共15 分)、叙述下列定义或定理．

1.叙述实数η是实数子集S的上确界的定义；

2.叙述定义在区间I上的函数f是不一致连续的定义（要求用$\varepsilon-\delta$语言正面叙述）；

3.叙述区间套定理；

4.叙述函数列一致收敛的柯西(Cauchy)准则；

5.叙述平面上点A是平面点集E的聚点的定义．

二(15分)、求极限$\lim\limits_{x\to 0}\left[\dfrac{(1+x)^{1/x}}{e}\right]^{1/x}$．

三(15分)、求空间曲线$L:\begin{cases}x^2+z^2=10,\\ y^2+z^2=10\end{cases}$在点$P(1,\ 1,\ 3)$处的切线方程和法平面方程．

四(15分)、设f为区间I上严格凸函数．证明：若$x_0\in I$为f的极小值点，则x_0为f在I上唯一的极小值点．

五(15分)、求椭圆$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$绕$y$轴旋转所得旋转曲面的面积（假设$a>b$）．

六(15分)、把函数$f(x)=\begin{cases}1-x, & 0<x\le 2,\\ x-3, & 2<x<4\end{cases}$在$(0,4)$上展开成余弦级数．

七(15 分)、证明函数项级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^2}{[1+(n-1)x^2](1+nx^2)}$在$(0,+\infty)$上收敛，但不一致收敛．进一

步问，该函数项级数在区间$[\delta,+\infty)$上一致收敛吗？（其中$\delta>0$是一个正实数）

八(15 分)、计算积分$I=\int_0^1\frac{\ln(1+x)}{1+x^2}dx$的值.

九(15 分)、求第一型曲面积分

$$\iint_S\left(x^2+y^2\right)dS,$$

其中S为立体$\sqrt{x^2+y^2}\le z\le 1$的边界曲面.

十(15 分)、设$u(x,y)$，$v(x,y)$是具有二阶连续偏导数的函数．证明

$$\iint_D v\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)d\sigma=-\iint_D\left(\frac{\partial u}{\partial x}\cdot\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}\cdot\frac{\partial v}{\partial y}\right)d\sigma+\oint_L v\frac{\partial u}{\partial n}ds;$$

其中D为平面光滑曲线L所围的平面区域，而

$$\frac{\partial u}{\partial n}=\frac{\partial u}{\partial x}\cos(\bar{n},x)+\frac{\partial u}{\partial y}\sin(\bar{n},x)$$

是$u(x,y)$，$v(x,y)$沿曲线L的外法线$\bar{n}$的方向导数.