浙江理工大学

二OO九年硕士学位研究生招生入学考试试题

考试科目：数学分析　　　　代码： 360

注1：请考生在答题纸上答题（写明题号，不必抄题，在此试题纸上答题无效）；
注2：本试卷共5 页，3小时完成，满分150分.

一、单项选择题（每小题4分，共80分）

1．若数M是非空数集S的上界，但不是S的上确界，则下列结论中错误的是（　　）.

（A）任何大于M的数都是S的上界　　（B）任何小于M的数都不是S的上界

（C）数集S必有上确界　　（D）$M \ge \sup\{S\}$

2．下列各对函数是同一个函数的是（　　）.

（A）$f(x)=\dfrac{\ln x}{2}$，$g(x)=\ln\left(\sqrt{x}\right)$　　（B）$f(x)=x$，$g(x)=\sin(\arcsin x)$

（C）$f(x)=\dfrac{1}{x-1}$，$g(x)=\dfrac{x+1}{x^2-1}$　　（D）$f(x)=1$，$g(x)=x^0$

3．数列$\{a_n\}$收敛的充分必要条件是（　　）.

（A）对任给的$\varepsilon>0$，存在自然数N，使得对所有自然数p都有$\left|a_{N+p}-a_N\right|<\varepsilon$

（B）对任给的$\varepsilon>0$，存在唯一自然数N，使当$m,n>N$时都有$\left|a_m-a_n\right|<\varepsilon$

（C）存在$\varepsilon>0$及自然数N，使当$m,n>N$时都有$\left|a_m-a_n\right|<\varepsilon$

（D）对任给自然数N，存在$\varepsilon>0$，使得对所有自然数p都有$\left|a_{N+p}-a_N\right|<\varepsilon$

4．设$f(x)=\dfrac{x^2\sin(1/x)}{\sin x}$，则$\lim\limits_{x\to 0} f(x)=$（　　）.

（A）∞　　（B）1　　（C）0　　（D）不存在

5．当$x\to 0$时，$e^{\tan x}-e^x$与x^n是同阶无穷小量，则$n=$（　　）.

（A）3　　（B）2　　（C）1　　（D）4

6．设$f(x)=\begin{cases} x\ln(1+x)\arctan(1/x), & x\neq 0,\\ 0, & x=0,\end{cases}$ 则$f(x)$在$x=0$处（　　）.

（A）$\lim_{x\to 0} f(x)$不存在　（B）存在极限但不连续　（C）可导　（D）连续但不可导

7．设$f(x)$在$x=0$处连续，且$\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{1-\cos x}=-2$，则（　）.

（A）$f'(0)$不存在　　（B）$f'(0)$存在但非零

（C）$f(0)$为极小值　　（D）$f(0)$为极大值

8．设函数$f(x)=(x-1)(x-2)(x-3)$，则方程$f''(x)=0$有（　）.

（A）三个实根　（B）二个实根　（C）一个实根　（D）无实根

9．已知曲线$y=ax^3+bx^2+cx+d$有一个拐点，其中$a\neq 0$，且在拐点处有一水平切线，则a，b，c之间的关系是（　）.

（A）$a+b+c=0$　（B）$b^2-6ac=0$　（C）$b^2-4ac=0$　（D）$b^2-3ac=0$

10．设f是定义在$[a,b]$上的一个函数．下述定义与定积分的原始定义有区别，你认为与定积分原始定义等价的是（　）.

（A）对区间$[a,b]$进行均匀等分：$a=x_0<x_1<\cdots<x_n=b$，并作和$\frac{b-a}{n}\sum_{k=1}^{n}f(x_{k-1})$，当$n\to\infty$时，此和趋向于一个确定的极限

（B）对区间$[a,b]$进行均匀等分：$a=x_0<x_1<\cdots<x_n=b$，并任意选取$\xi_k\in[x_{k-1},x_k]$作和$\frac{b-a}{n}\sum_{k=1}^{n}f(\xi_{k-1})$，当$n\to\infty$时，此和趋向于一个确定的极限

（C）对区间$[a,b]$进行均匀等分：$a=x_0<x_1<\cdots<x_n=b$，并作和$\frac{b-a}{n}\sum_{k=1}^{n}f(\frac{x_{k-1}+x_k}{2})$，当$n\to\infty$时，此和趋向于一个确定的极限

（D）对区间$[a,b]$进行均匀等分：$a=x_0<x_1<\cdots<x_n=b$，并作和$\frac{b-a}{n}\sum_{k=1}^{n}f(x_k)$，当$n\to\infty$时，此和趋向于一个确定的极限

11．下列等式正确的是（　　）．

（A）$\int_0^{\pi} xf(\sin x)dx = \frac{\pi}{2}\int_0^{\pi} f(\sin x)dx$　　（B）$\int_0^{\pi} xf(\sin x)dx = \int_0^{\pi} xf(\cos x)dx$

（C）$\int_0^{\pi} xf(\sin x)dx = \int_0^{\pi} f(\sin x)dx$　　（D）$\int_0^{\pi} xf(\sin x)dx = \frac{\pi}{2}\int_0^{\pi} x^2 f(\sin x)dx$

12．反常积分 $\int_0^{+\infty}\frac{\ln(1+x)\sin x}{x^{\alpha}}dx$ 收敛，则 α 的取值范围为（　　）．

（A）$\alpha < 0$　　（B）$1 < \alpha < 3$　　（C）$\alpha > 1$　　（D）$0 < \alpha < 3$

13．下列级数中发散的有（　　）．

（A）$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{\ln(n+1)}$　　（B）$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{3n+1}$

（C）$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{3^n}$　　（D）$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{3^{\frac{n}{2}}}$

14．幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{n})x^n$ 的收敛半径 $R=$（　　）．

（A）1　　（B）$+\infty$　　（C）0　　（D）$\frac{1}{2}$

15．下面的三角级数（　　）最可能是 Fourier 余弦级数．

（A）$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos nx+\sin nx}{n^2}$　　（B）$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin nx}{2^n}$　　（C）$\sum_{n=1}^{\infty}\cos nx$　　（D）$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos 2^n x}{n^2}$

16．设 $f(x)=\begin{cases} x, & 0\le x\le \frac{1}{2}, \\ 2-2x, & \frac{1}{2}<x<1, \end{cases}$ $S(x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}a_n\cos n\pi x$，$-\infty<x<+\infty$，其中

$a_n = 2\int_0^1 f(x)\cos n\pi x dx$，$n=0,1,\cdots$，则 $S\left(-\frac{5}{2}\right)$ 等于（　　）．

（A）$\frac{1}{2}$　　（B）$\frac{3}{4}$　　（C）$-\frac{1}{2}$　　（D）$-\frac{3}{4}$

17．若 F_1, F_2 为闭集，则（　　）．

（A）$F_1 \cap F_2$为闭集，$F_1 \cup F_2$不一定是闭集

（B）$F_1 \cap F_2, F_1 \cup F_2$都为闭集

（C）$F_1 \cup F_2$为闭集，$F_1 \cap F_2$不一定是闭集

（D）$F_1 \cap F_2, F_1 \cup F_2$都不一定为闭集

18．对于二元函数$z = f(x,y)$，如果下述（　　）条件成立，则$z = f(x,y)$的全微分在(x_0, y_0)存在．

（A）$\dfrac{\partial f}{\partial x}$，$\dfrac{\partial f}{\partial y}$在$(x_0, y_0)$的某邻域内存在且在$(x_0, y_0)$点连续

（B）$\dfrac{\partial f}{\partial x}$，$\dfrac{\partial f}{\partial y}$在$(x_0, y_0)$的某邻域内存在且$f(x,y)$连续

（C）$\dfrac{\partial f}{\partial x}$，$\dfrac{\partial f}{\partial y}$在$(x_0, y_0)$的某邻域内存在

（D）上述说法都不正确

19．设空间区域$\Omega_1 : x^2 + y^2 + z^2 \le R^2$，$z \ge 0$；及$\Omega_2 : x^2 + y^2 + z^2 \le R^2$，$x \ge 0$，$y \ge 0$，$z \ge 0$，则（　　）．

（A）$\iiint\limits_{\Omega_1} xdv = 4\iiint\limits_{\Omega_2} xdv$　　（B）$\iiint\limits_{\Omega_1} ydv = 4\iiint\limits_{\Omega_2} ydv$

（C）$\iiint\limits_{\Omega_1} xyzdv = 4\iiint\limits_{\Omega_2} xyzdv$　　（D）$\iiint\limits_{\Omega_1} zdv = 4\iiint\limits_{\Omega_2} zdv$

20．$\oiint\limits_S y(x-z)dydz + x^2 dzdx + \left(y^2 + xz\right)dxdy =$（　　），其中设$S$是边长为$a$的正立方体表面并取内侧．

（A）a^4　　（B）$2a^4$　　（C）$-a^4$　　（D）$-2a^4$

二、计算题（每小题 5 分，共 40 分）

1．求 $\lim\limits_{x\to} \frac{x}{- \quad x}\left(\frac{\quad}{x}-\frac{\quad}{x}\right)$