

浙江理工大学

二〇一二年硕士学位研究生招生入学考试试题

考试科目：高等代数

代码：912

(请考生在答题纸上答题，在此试题纸上答题无效)

1. (15分) 叙述并证明关于有理系数多项式不可约性的 Eisenstein 判别法.

2. (10分) 计算下列行列式:

$$\begin{vmatrix} a_1 - b_1 & a_1 - b_2 & \cdots & a_1 - b_n \\ a_2 - b_1 & a_2 - b_2 & \cdots & a_2 - b_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_n - b_1 & a_n - b_2 & \cdots & a_n - b_n \end{vmatrix}$$

3. (15分) 讨论 p, q 为何值时, 方程组

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - 6x_3 + 4x_4 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + px_3 + qx_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + x_4 = 0 \end{cases}$$

有非零解, 在有非零解时求出方程组的基础解系.

4. (15分) 求下列矩阵的秩 r 和一非零 r 级子式所在的行号和列号:

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 & 2 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & -3 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & -2 & 1 & 1 & -3 \\ 3 & 1 & 3 & -9 & -1 & 6 \\ 3 & -1 & -5 & 7 & 2 & -7 \end{pmatrix}$$

5. (15分) 二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = ax_1^2 + bx_2^2 + cx_3^2 + 2cx_1x_3$ 当 a, b, c 取何值时正定?

6. (15分) 计算由向量 α_i 生成的子空间与由向量 β_i 生成的子空间的交的基和维数.

其中

$$(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad (\beta_1, \beta_2) = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 5 & 2 \\ -6 & -7 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$$

7. (20分) 设 $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 8 \\ 3 & -1 & 6 \\ -2 & 0 & -5 \end{pmatrix}$

若 R^3 上线性变换 A 在标准基下矩阵为 A , 问是否存在 R^3 另一组基 η_1, η_2, η_3 , 使 A 在 η_1, η_2, η_3 下矩阵为对角矩阵.

8. (15分) 计算下列复系数矩阵的若尔当标准型和初等因子:

$$\begin{pmatrix} 13 & 16 & 16 \\ -5 & -7 & -6 \\ -6 & -8 & -7 \end{pmatrix}$$

9. (15分) 叙述欧氏空间中正交补的概念并证明公式: $(V_1 + V_2)^\perp = V_1^\perp \cap V_2^\perp$.

10. (15分) 设 $A = E - \xi\xi'$, ξ 为非零 n 维列向量.

证明: (1) $A^2 = A \Leftrightarrow \xi'\xi = 1$;

(2) 当 $\xi'\xi = 1$ 时, $|A| = 0$.