浙 江 理 工 大 学

二O一二年硕士学位研究生招生入学考试试题

考试科目：数学分析　　　　代码： 601

（请考生在答题纸上答题，在此试题纸上答题无效）

一、判断题（每小题6分，共30分）（判断下列各题是否正确，正确的打“√”，并简要说明理由；错误的打“╳”，并给出反例）

1. 数列$\{a_n\}$收敛的充分必要条件是子列$\{a_{2k-1}\}$和$\{a_{2k}\}$都收敛，且有相同的极限.（　）

2. 如果当$x \to x_0$时，函数f与g均为无穷小量，则它们必可进行阶的比较.（　）

3. 对于数项级数$\sum_{n=1}^{\infty} u_n$，若$u_n \neq 0$，$n = 1,2,\Lambda$，且$\lim_{n\to\infty}\frac{u_{n+1}}{u_n} = l < 1$存在，则$\sum_{n=1}^{\infty} u_n$收敛.（　）

4. 若二元函数f在其定义域的某一内点具有一阶偏导数，则f在该点必连续.（　）

5. 若f在$1 < x < \infty$上单调，且$\int_1^{+\infty} x^p f(x)dx$存在，则$\lim_{x\to+\infty} x^{p+1} f(x) = 0$.（　）

二、计算题（15分）求极限$\lim_{x\to 0}\frac{e^x \sin x - x(1+x)}{x^3}$.

三、计算题（15分）求极限$\lim_{n\to\infty}\int_0^1 \frac{x^n}{2+\sin nx}dx$.

四、计算题（15分）求由方程$\left(x^2+y^2\right)^2 = 4\left(x^2-y^2\right)$所确定的隐函数$y = f(x)$的极大值点及极大值.

五、计算题（15分）求$I = \oint_L \frac{xdy - ydx}{4x^2+y^2}$，其中$L$为圆周$(x-1)^2+y^2 = 2$，并取依顺时针方向为$L$的正方向.

六、计算题(15分)计算$I = \iint_S \frac{dS}{\sqrt{x^2+y^2+(z+a)^2}}$，其中$S$是以原点为中心，$a$（$a>0$）为半径的上半球面.

七、计算题（15分）设$f(x,y)$在区域$D \subset \mathbf{R}^2$上对x连续，关于y满足利普希茨条件：即存在常数L，对任意的(x,y')，$(x,y'') \in D$，使得

$$\left|f(x,y') - f(x,y'')\right| \le L\left|y' - y''\right|$$

成立．试证明 f 在区域 D 上处处连续．

八、计算题（15 分）设一元函数 f 在区间 $I\subset\mathbf{R}$ 上有界，记

$$M=\sup_{x\in I}f(x)，\quad m=\inf_{x\in I}f(x).$$

试证明：$\sup\limits_{x,y\in I}\left|f(x)-f(y)\right|=M-m$.

九、计算题（15 分） 证明：含参量反常积分 $\int_0^{+\infty}\frac{\sin(xy)}{y}dy$ 在区间 $[\delta,+\infty)$ 上一致收敛（其中 $\delta>0$），但在区间 $(0,+\infty)$ 内不一致收敛．