

杭州商学院 2003 年硕士研究生入学考试试卷 (A 卷)

招生专业：数量经济学

考试科目：概率论与数理统计

考试时间：3 小时

1、(8 分) HL 超市有 4 名收银员，根据统计，每名收款员平均每小时使用收银机是 15 分钟，你认为该超市配置几台收银机较合理，并给出合理性的定量分析与评价。

2、(12 分) TQ 公司计划从下属 3 个厂，抽选 48 人参加技术比武，A 厂 400 人，B 厂 900 人，C 厂 1100 人。现有抽选方案：

1) 3 个人各随机所选 16 人

2) 随机所选 A 厂 8 人，B 厂 18 人，C 厂 22 人。

试讨论各方案的合理性，基于你设定合适的计算标准。

3、(12 分) 对一批产品进行检验，如果检查到第 n 件仍未发现不合格品，就认为产品合格，如果在第 n 件前就查到不合格品，即停止检查，且认为这批产品不合格。因产品数量很大，可以假设每次查到不合格的概率为 P ，问题期望每批要查多少件？

4、(13 分) 设 T 商品每周需求量服从 $[10, 30]$ 上的均匀分布，每销售 1 单位商品获利 500 元，临时从外部调制供应获利 300 元，而积压 1 单位商品降价处理亏损 100 元，为使获利不少于 9280 元，试确定最小进货量。

5、(15 分) 设 (X, Y) 在 $G = \{(x, y): 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1\}$ 上服从均匀分布，记

$$U = \begin{cases} 0 & X \leq Y \\ 1 & X > Y \end{cases} \quad V = \begin{cases} 0 & X \leq 2Y \\ 1 & X > 2Y \end{cases}$$

求：(1) U 和 V 的联合分布，(2) U 和 V 的相关系数。

6、(12 分) 设 X_1, \dots, X_n, \dots 为独立同分布随机变量序列，服从均匀分布 $U(0, 1)$ ，

证明 $\left(\prod_{k=1}^n X_k\right)^{1/n} \xrightarrow{P} C, n \rightarrow \infty$, 并求出 C 值。

7、(15 分) 设总体 ξ 服从均匀分布 $U[0, \theta]$ 其中 θ 是未知参数, 现有 ξ 的一组独立样本 (X_1, \dots, X_n) , 试在置信概率 $1-\alpha$ 下, 求 θ 的一个置信区间。

8、(15 分) 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 已知 $P[X=x_1, Y=y_3]=1/8$,

$$P(X=x_2, Y=y_2)=1/4 \text{ 及 } P(Y=y_2)=1/2。$$

求: 二维随机变量 (X, Y) 联合分布律及关于 X 和 Y 的边缘分布律

9、(18 分) KK 型柴油发动机, 每升柴油的运转时间服从正态分布。按设计要求, 每升柴油的运转时间应在 30min 以上。现测试 6 台柴油机, 已算出: $\bar{x}=28.67$, $s=1.633$, 及 $\sqrt{6}=2.449$, $t_{0.05}(5)=2.015$, 研究下面 3 种不同假设检验。

$$1、H_0: \mu \geq 30; H_1: \mu < 30,$$

$$2、H_0: \mu \leq 30; H_1: \mu > 30,$$

$$3、H_0: \mu = 30; H_1: \mu < 30,$$

在显著水平 $\alpha=0.05$ 下, 用 α 和 β 风险, 评价柴油发动机是否符合设计要求?

10、(15 分) 设随机变量 X 和 Y 的联合密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} \frac{2}{3}(x+2y) & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{other} \end{cases}$$

求: 1) Y 关于 X 的最小二乘回归曲线, 2) X 关于 Y 的最小二乘回归曲线

11、(15 分) 设 X_1, \dots, X_n 是取自正态 $N(\mu, \sigma^2)$ 的简单随机样本, 其中 μ 已知。证明给出:

$$(1) S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \text{ 是否为 } \sigma^2 \text{ 的无偏估计和有效估计。}$$

$$(2) \hat{\sigma} = \frac{1}{n} \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n |X_i - \mu|} \text{ 是 } \sigma \text{ 的无偏估计, 并计算其有效率。}$$