杭州商学院 04 年研究生入学考试试卷（A 卷）

招生专业：数量经济学
考试科目：概率论与数理统计
考试时间：3 小时

1、设ξ有密度函数

$$f(x)=\begin{cases}6x(1-x) & 0<x<1\\ 0 & other\end{cases}$$

求ξ的函数η,使它具有密度函数

$$g(x)=\begin{cases}12x^3(1-x^2) & 0<x<1\\ 0 & other\end{cases}$$

（12 分）

2、假设 0.5，1.25，0.8，和 2 是来自总体ξ的简单随机样本值。已知η=ln ξ服从 N(μ,1)。

（1） 求 Eξ，
（2） 求μ的置信度为 0.95 的置信区间，
（3） 求 Eξ的置信度为 0.95 的置信区间。

（12 分）

3、对一批产品进行检验，直到发现第 r 件不合格品停止检查。因产品数量很大，不妨假设每次查到不合格的概率均为 p。问每次期望要查多少件产品？

（12 分）

4、设 T 商品需求量服从参数为 10 的泊松分布，每销售 1 件商品获利 5 元，而积压 1 件商品降价处理亏损 2 元，为使期望获利最大，试确定进货量。

已知 $\sum_{k=0}^{12}\frac{10^k}{k!}e^{-10}\approx 0.666$， $\frac{10^{13}}{13!}e^{-10}=0.072908$

（12 分）

5、某集装箱有 10000 件产品，其中一、二和三等产品分别为 8000、1000 和 1000 件，现从中随机选取一件。记

$$X_i=\begin{cases}1 & \text{抽到第i等产品}\\ 0 & \text{抽到不是第i等产品}\end{cases}\quad i=1,2$$

求：（1） X_1和X_2的联合分布，

（2） X_1和X_2的相关系数。

（15 分）

6、设X_1，…，X_n，…为独立同分布随机变量序列，EX_n=μ，DX_n=σ^2，证明

$$\frac{2}{n(n+1)}\sum_{k=1}^{n}kX_k \xrightarrow{p} \mu，n\to\infty。$$

（12 分）

7、设 T 为电子元件的失效时间（小时），其概率密度函数为

$$f(t)=\begin{cases}\beta e^{-\beta(t-t_0)}, & t>t_0>0,\beta>0\\ 0, & 其它\end{cases}$$

，

假定 n 个元件测试记录其失效时间为$T_1,\cdots,T_n$.

(1) 当t_0为已知时，求β的极大似然估计量，

(2) 当β为已知时，求t_0的极大似然估计量。

（15 分）

8、两厂生产同一产品，其质量指标假定都服从正态分布，标准规格为均值 120，现从甲、乙厂各抽 5 件产品，测得数据为：

甲厂	119	120	119.2	119.7	119.6
乙厂	110.5	106.3	122.2	113.8	117.2

根据这些数据判断两厂产品是否符合标准规格 120，并对结论进行讨论。

（$\sqrt{5}$=2.236，$S_{甲}$=0.4，$S_{乙}$=6.105，$t_{0.025}(4)$=2.776）

（15 分）

9、设随机变量 X 和 Y 的联合密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{2}{3}(x+2y) & 0\le x\le 1,0\le y\le 1\\ 0 & other\end{cases}$$

求：1）Y 关于 X 的最小二乘回归曲线

2）X 关于 Y 的最小二乘回归曲线

（15 分）

10、设 $X_1,\ldots,X_n$是取自下面指数分布的简单随机样本，

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{\theta}e^{-x/\theta} & x>0\\ 0 & x\le 0\end{cases}$$

证明:估计量 $\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$ 是 θ 的

（1） 无偏估计
（2） 一致估计
（3） 有效估计

（15 分）

11、随机选取{1，2，…, n}≡N 的子集 I^+，定义

$$\sigma_i=\begin{cases}1 & i\in I^+\\ -1 & i\in I^-=N-I^+\end{cases},\qquad \text{i=1，2，…, n,}$$

试给出随机变量{σ_i}，i=1，2，…, n 的概率分布律，

并讨论{σ_i}，i=1，2，…, n 变量之间相互关系。

（15 分）