浙江工商大学 05 年硕士研究生入学考试试卷（A 卷）

招生专业：数量经济学

考试科目：概率论与数理统计

考试时间：3 小时

1、（12 分）甲给乙发送 Email，但是没收到回音。假设：收到 Email 必回音，途中丢失 Email 概率 1/n。讨论：Email 是在发送途中丢失，还是回收途中丢失，哪种情形可能性更大？

2、（15 分）由计算机控制，对宇宙空间发射人类信号，在时刻 1/2 时，发射编码为 1-10 的信号，在时刻 3/4 时，发射编码为 11-20 的信号，但同时回收编码 1 信号，如此下去，即在时刻 $1-2^{-n}$ 时，发射编码为 10（n-1）+1 至 10n 的信号，但同时回收编码为 10（n-2）+1 的信号，n=2,3⋯

问：在到达时刻 1 时，宇宙空间中，还有多少个没有被回收的信号？

同样的问题：讨论下面信号回收方法的更改：

（1）发射编码为 10（n-1）+1 至 10n 的信号，

同时回收编码为 n-1 的信号，n=2,3,4⋯

（2）发射编码为 10（n-1）+1 至 10n 的信号，

同时随机地回收编码为 n-1 的信号，n=2,3,4⋯

3、（13 分）设 $\lambda>0$，随机变量 ξ 的密度函数是

$$p_1(x)=\lambda^2xe^{-\lambda x}\qquad x>0$$

随机变量 η 服从（0，ξ）上的均匀分布，求

（1）随机向量（ξ，η）的联合分布；

（2）随机变量 η 的密度函数。

4、（13 分）设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，X_1，⋯，X_{2n} 为其简单随机样本，记 $\overline{X}=\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{2n}X_i$，$Y=\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-X_{n+i}-2\overline{X}\right)^2$，求 EY。

5、（12 分）若 $\{X_i\}$ 是独立同分布，具有有限二阶距的随机变量序列，试证

$$\frac{2}{n(n+1)}\sum_{i=1}^{n}iX_i\xrightarrow{P}EX_1$$

6、（13 分）若 $X_n\xrightarrow{P}a$，$Y_n\xrightarrow{P}b$，证明

$$X_nY_n\xrightarrow{P}ab$$

7、（15 分）假设：产品失效时间服从 θ 未知的指数分布，密度为

$$f(t)=\begin{cases}\theta^{-1}e^{-t/\theta} & t>0\\ 0 & t<0\end{cases}$$

随机抽取 n 个产品，在时刻 t=0 时投入试验，分别就，

a）当出现 m（<n）个产品失效时，停止试验。

b）时刻到达 t_0 时，停止试验。

求：的 θ 极大似然估计

8、（15 分）设 X_1，X_2 是总体 $X \sim N(0,1)$ 的一个样本，

（1）求　X_1+X_2 和 X_1-X_2 的分布

（2）证明　X_1+X_2 和 X_1-X_2 相互独立

（3）已知　$F_{0.1}(1,1)=39.86$，求常数 k，使

$$P\left\{\frac{(X_1+X_2)^2}{(X_1+X_2)^2+(X_1-X_2)^2}>k\right\}=0.10。$$

9、（15 分）抽样检查产品质量时，如果发现次品多于 10 个，则认为这批产品不能接受。问应该检查多少个产品，可使次品率为 10%的一批产品不被接受的概论达到 0.9？已知Φ（1.29）=0.9015。

10、（12 分）下面将美国 31 个自然死亡的总统分为矮个子与高个子两类（以 172.72 厘米为界），其寿命（年龄）如下表。假设两类寿命总体均服从正态分布且方差相等，问矮个子的总统与高个子的总统寿命是否存在显著差异？并讨论原假设与备择假设的设置。

已知　$t_{0.05}(29)=1.6991$，$\sqrt{\frac{1}{5}+\frac{1}{26}}=0.488$，$\sqrt{84.972}=9.218$

$\bar{x}=80.2$，$\bar{y}=69.15$，$s_1=8.585$，$s_2=9.315$，

矮个子 x	85	79	67	90	80								
高个子 y	68	53	63	70	88	74	64	66	60	60	78	71	67
	90	73	71	77	72	57	78	67	56	63	64	83	65

11、（15 分）有 K 台仪器，对某一物理量 θ 各测量一次，分别得到 X_1，X_2，… X_k，假设第 i 台仪器测量时的标准差为 σ_i $(i=1, 2, \cdots X_k)$，但仪器都没有系统误差（即 $EX_i=\theta$，$i=1, 2, \cdots, k$）。利用 $\hat{\theta}=\sum_{i=1}^{k} C_i X_i$ 估计 θ，是无偏的，并且是有效的，问常数 C_1，$C_2 \cdots C_k$ 应取何值？