浙江工商大学 06 年硕士研究生入学考试试卷（A 卷）

招生专业： 数量经济学　　　考试科目： 概率论与数理统计

总　分： 150 分　　　考试时间： 3 小时

1. （15 分） 设计一个 Monte-Carlo 模拟方法估计 π，并评估方法。

2. （15 分） 甲乙丙三人两两轮流对抗赛，先赢两局为胜。假定乙实力最强。试证明：对于甲来说，决定甲与丙首先比赛，是甲赢得比赛的最优决策，而乙丙首先比赛是最差决策。

3. （15 分） TQ 公司计划从下属 3 个厂，抽选 48 人参加技术比武， A 厂 400 人，B 厂 900 人，C 厂 1100 人。现有抽选方案：

   1) 从 3 个厂各随机抽选 16 人
   2) 随机抽选 A 厂 8 人，B 厂 18 人，C 厂 22 人。

   基于概率统计方法，设定合适的计算标准，讨论各方案的合理性。

4. （15 分） 设 (X,Y) 在 $G=\{(x,y):0\le x\le 2, 0\le y\le 1\}$ 上服从均匀分布，记

$$U=\begin{cases}0 & X\le Y\\ 1 & X>Y\end{cases},\quad V=\begin{cases}0 & X\le 2Y\\ 1 & X>2Y\end{cases}$$

求：

（1） U 和 V 的联合分布，

（2） U 和 V 的相关系数。

5. （15 分）试求顺序统计量 $\xi_{(1)} = \min(\xi_1, \cdots, \xi_n)$ 与 $\xi_{(n)} = \max(\xi_1, \cdots, \xi_n)$ 的联合密度函数，如果 $(\xi_1, \cdots, \xi_n)$ 是来自于密度函数 $f(x)$，分布函数 $F(x)$ 的简单随机样本。

6. （15 分） 袋中有 N 张确定数字的卡片，不放回选取 n 张，求数字之和的数学期望和方差。

7. （15 分） 设 T 为电子元件的失效时间（小时），其概率密度函数为

$$f(t) = \begin{cases} \beta e^{-\beta(t-t_0)}, & t > t_0 > 0,\ \beta > 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases},$$

n 个元件测试记录得到其失效时间为：$T_1, \cdots, T_n$.

(1) 当 t_0 为已知时，求 β 的极大似然估计量，

(2) 当 β 为已知时，求 t_0 的极大似然估计量.

8. （15 分）Q 型柴油发动机，每升柴油的运转时间服从正态分布。按设计要求，每升柴油的运转时间应在 30 min 以上。现测试 6 台柴油机，已算出：$\bar{x} = 28.67$，$s = 1.633$，及 $\sqrt{6} = 2.449$，$t_{0.05}(5) = 2.015$，研究下面 3 种不同假设检验

1. $H_0: \mu \geq 30$；$H_1: \mu < 30$，
2. $H_0: \mu \leq 30$；$H_1: \mu > 30$，
3. $H_0: \mu = 30$；$H_1: \mu < 30$，

在显著水平 $\alpha = 0.05$ 下，用犯第一类错误 α 和犯第二类错误 β 的风险，评价柴油发动机是否符合设计要求？

9. （15 分）设随机变量 X 与 Y 相互独立且都服从正态分布 $N(0,3^2)$，

$(X_1,\cdots,X_n)$和$(Y_1,\cdots,Y_n)$分别是其简单随机样本，

求统计量

$$T=\frac{\sum_{i=1}^{n}X_i}{\left(\sum_{j=1}^{n}Y_j^2\right)^{1/2}}$$

的分布形式。

10. （15 分） 设 $X_1,\cdots,X_n,\cdots$ 为独立同分布随机变量序列，$EX_n=\mu$，$DX_n=\sigma^2$，

证明

$$\frac{2}{n(n+1)}\sum_{k=1}^{n}kX_k\xrightarrow{P}\mu,\quad n\to\infty$$