

招生专业: 管理科学与工程

考试科目: 830 运筹学

总分: 150 分

考试时间: 3 小时

## 一. 填空题 (每空 2 分, 共 26 分)

1. 线性规划问题  $\max z = CX, AX \leq b, X \geq 0$ , 如果  $X^*$  是该问题的最优解, 又有  $\lambda > 0$  为某一常数, 当目标函数变为  $\max z = \lambda CX$  时, 其最优解的变化情况为\_\_\_\_\_。

2. 对于极大化的线性规划问题, 在求解问题时可能需要引入松弛变量和人工变量, 这些变量在目标函数中的系数分别为\_\_\_\_\_和\_\_\_\_\_(注: 有人工变量时, 采用人工变量法)。

3. 在单纯型法迭代过程中, 利用  $\theta$  来确保得到的下一个解是\_\_\_\_\_; 同样在对偶单纯型法迭代过程中, 利用  $\theta$  来确保得到的下一个解是\_\_\_\_\_。

4. 用表上作业法求解运输问题时, 可能会出现退化解。当出现退化问题时, 必须在相应的行或列中填入数字\_\_\_\_\_, 使得在迭代过程中基本量的个数恰好为\_\_\_\_\_。

5. 目标规划的目标函数由各目标约束的\_\_\_\_\_变量及相应的\_\_\_\_\_构成。

6. 利用割平面法求整数规划时, 通过不断增加\_\_\_\_\_来不断缩小\_\_\_\_\_, 直至求得整数解为止。

7. 在动态规划中, 状态变量选择是非常关键的, 状态变量的选择要符合两个必要特征:  
1) \_\_\_\_\_; 2) 能够确切描述过程的演变且满足\_\_\_\_\_。

## 二. 计算题 (62 分)

1. 已知求极大化线性规划问题用单纯型法求解时的初始单纯型表和最终单纯型表如下表所示, 请确定  $a \sim j$  的值。(10 分)

初始单纯型表为:

C			3	2	2	0	0	0
$C_b$	基	b	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$
0	$x_1$	b	1	1	1	1	0	0
0	$x_4$	15	a	1	2	0	1	0
0	$x_3$	20	2	c	1	0	0	1
$\sigma$			3	2	2	0	0	0

最终单纯型表为:

C			3	2	2	0	0	0
$C_b$	基	b	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$
0	$x_1$	5/4	0	0	d	1	-1/4	-1/4
3	$x_4$	25/4	1	0	e	0	3/4	i
2	$x_2$	5/2	0	1	f	0	h	1/2
$\sigma$			0	0	g	0	-5/4	j

2. 给出线性规划问题如下:

$$\begin{aligned} \text{Max } z &= 10x_1 + 24x_2 + 20x_3 + 20x_4 + 25x_5 \\ \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 5x_5 \leq 19 \\ 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 2x_4 + x_5 \leq 57 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

- (1) 写出其对偶问题, 并证明  $(y_1, y_2) = (4, 5)$  是其中一个可行解;  
 (2) 利用 (1) 的结果求出原问题的最优解 (15分)

3. 已知某线性规划问题初始单纯型表和最终单纯型表如下: (12分)

初始单纯型表为:

C			1	2	0	0	0
$C_0$	基	b	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
0	$x_3$	12	2	2	1	0	0
0	$x_4$	9	3	0	0	1	0
0	$x_5$	8	0	2	0	0	1
σ			1	2	0	0	0

最终单纯型表为:

C			1	2	0	0	0
$C_0$	基	b	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
1	$x_1$	2	1	0	1/2	0	-1/2
0	$x_4$	3	0	0	-3/2	1	3/2
2	$x_2$	4	0	1	0	0	1/2
σ			0	0	-1/2	0	-1/2

- 1) 求对偶问题的最优解;  
 2) 求  $C_2$  在什么范围内变, 最优基不变;  
 3) 当  $b_1$  由 12 变成 4, 求最优解。

4. 求解下列规划问题 (7分)

$$\begin{aligned} \text{Max } z &= 2x_1 + x_2 - x_3 \\ \begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 2 \\ 4x_2 + x_3 \leq 5 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 2 \\ x_1 + 4x_2 - x_3 \leq 4 \\ x_1, x_2, x_3 = 0 \text{ 或 } 1 \end{cases} \end{aligned}$$

5. 求解下列系数矩阵的最小化指派问题 (8分)

4	8	7	15	12
7	9	17	14	10
6	9	12	8	7
6	7	14	6	10
6	9	12	10	6

6. 用动态规划求下列问题 (10分)

$$\begin{aligned} \max z &= 4x_1 + 9x_2 + 2x_3^2 \\ \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 & \leq 10 \\ x_1, x_2, x_3 & \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

三. 应用题 (必须写出解题步骤, 否则不给分, 共 50 分)

1. 某企业需要生产 A, B 两种产品, 其消耗原料, 设备工时以及相关限制和利润等信息如下表所示:

资源 \ 产品	产品		限量
	A	B	
原料	2	1.5	50
设备	1	2	40
单位利润	80	100	

企业在征求各部门要求后, 按重要程度依次提出下列要求:

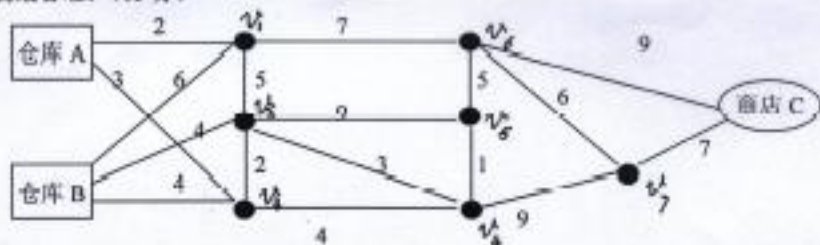
- ① B 产品不超过 10 单位;
- ② 利润不少于 1600 元;
- ③ 充分利用设备资源, 尽量不加班生产, 试确定一种最合理的生产方案。(20分)

2. 国家防汛指挥部从 I、II 两个储备仓库向长江沿岸 A、B、C 三座城市调拨防汛物质, I、II 两个储备仓库现在的储备物质分别有 400 和 450 个单位, 而 A、B、C 三座城市需要量分别为 320、250 和 350 个单位, 由于需要量大于储备量, 综合各种情况后决定, A 城市的供应量可以减少 0~30 个单位; B 城市的供应量必须全部满足; C 城市供应量不得少于 270 单位, 试求满足上述要求时总运费最低的分配方案 (所有物质必须完全拨出)。(15分)

3.

仓库 \ 城市	城市			可供供应量
	A	B	C	
I	15	18	22	400
II	21	25	16	450
需要量	320	250	350	

4. 某连锁企业有两个仓库 A、B 都有充足的货物储备，现它门店 C 需要从仓库调运一批货物，其中各仓库到门店的行走路径以及相应道路的长度如下图所示，问从那个仓库调运货物最合理。（15 分）



#### 四、证明题（12 分）

已知一个整数规划问题如下：

$$\begin{cases} \max z = 3x_1 - x_2 \\ 3x_1 - 2x_2 \leq 3 \\ 5x_1 + 4x_2 \geq 10 \\ 2x_1 + x_2 \leq 5 \\ x_1, x_2 \geq 0 \text{ 且 整数} \end{cases}$$

在用割平面方法求解整数规划时，在不考虑整数要求时得到如下最优单纯型表：

C			3	-1	0	0	0
$C_B$	$X_B$	b	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
3	$x_1$	13/7	1	0	1/7	0	2/7
-1	$x_2$	9/7	0	1	-2/7	0	3/7
0	$x_4$	31/7	0	0	-3/7	1	22/7
$\sigma$			0	0	-5/7	0	-3/7

试证明下列不等式方程成立：

$$-\frac{1}{7}x_3 - \frac{2}{7}x_5 \leq -\frac{6}{7} \text{ 成立}$$