

浙江工商大学 09 年硕士研究生入学考试试卷 (B 卷)

招生专业: 统计学、数量经济学

考试科目: 概率论与数理统计

总分: 150 分 考试时间: 3 小时

1. (12 分) 台上有三扇门: A、B、C, 只有一扇门后有大奖. 你选择了 A, 在 A 被打开之前, 节目主持人准备打开 B 问题: 改变 A 而选择 C 门, 是否会增加获奖的概率?
- 情况 (1) B 门打开后, 发现没奖
- 情况 (2) 假设: 主持人不知道奖在哪个门
- 情况 (3) 假设: 主持人知道奖在哪个门, 且
- (a) 如果 B 门和 C 门后有一个大奖, 则主持人打开没有大奖的那一扇门;
- (b) 如果 B 门和 C 门后都没有大奖, 则节目主持人随便选一扇门打开.

2. (15 分) 由计算机控制, 对宇宙空间发射人类信号, 在时刻 $1/2$ 时, 发射编码为 $1-10$ 的信号, 在时刻 $3/4$ 时, 发射编码为 $11-20$ 的信号, 但同时回收编码 1 信号, 如此下去, 即在时刻 $1-2^{-n}$ 时, 发射编码为 $10(n-1)+1$ 至 $10n$ 的信号, 但同时回收编码 $10(n-2)+1$ 信号, $n=2,3,\dots$

问: 在到达时刻 1 时, 宇宙空间中, 还有多少个没有被回收的信号?

同样的问题, 讨论下面信号回收方法的更改:

- (1) 发射编码为 $10(n-1)+1$ 至 $10n$ 的信号, 同时回收编码 $n-1$ 的信号, $n=2,3,4,\dots$
- (2) 发射编码为 $10(n-1)+1$ 至 $10n$ 的信号, 同时随机地回收一个信号, $n=2,3,4,\dots$

3. (13 分) 设 (X,Y) 在 $G=\{(x,y): 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1\}$ 上服从均匀分布,

记

$$U = \begin{cases} 0 & X \leq Y \\ 1 & X > Y \end{cases}, \quad V = \begin{cases} 0 & X \leq 2Y \\ 1 & X > 2Y \end{cases}$$

求: (1) U 和 V 的联合分布,

(2) U 和 V 的相关系数.

第 1 页 (共 3 页)

4. (13分) 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, X_1, \dots, X_{2n} 为其简单随机样本,

$$\text{记 } \bar{X} = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} X_i, \quad Y = \sum_{i=1}^n (X_i - X_{n+i} - 2\bar{X})^2, \quad \text{求 } EY.$$

5. (12分) 设总体 ξ 服从均匀分布 $U[0, \theta]$, 其中 θ 是未知参数, 现有 ξ 的一组独立样本 (X_1, \dots, X_n) , 试在置信概率 $1-\alpha$ 下, 求 θ 的一个置信区间。

6. (13分) IQ 商品一周的需求量服从密度函数为

$$f(t) = \begin{cases} te^{-t} & t > 0 \\ 0 & t \leq 0 \end{cases}$$

设每周的需求量是相互独立,

试求 (1) 两周的需求量概率密度, (2) 三周的需求量概率密度

7. (15分) 假设: 产品失效时间服从 θ 未知的指数密度

$$f(t) = \begin{cases} \theta^{-1} e^{-t/\theta} & t > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

随机抽取 n 个产品, 在时刻 $t=0$ 时投入试验, 分别就,

a) 当出现 $m (< n)$ 个产品失效时, 停止试验。

b) 时刻到达 t_0 时, 停止试验。

求: θ 的极大似然估计

8. (15分) 设随机变量 X 与 Y 相互独立且都服从正态分布 $N(0, 3^2)$,

(X_1, \dots, X_n) 和 (Y_1, \dots, Y_n) 分别是其简单随机样本, 求统计量

$$T = \sum_{i=1}^n X_i / \left(\sum_{j=1}^n Y_j^2 \right)^{1/2}$$

的分布形式。

第 2 页 (共 3 页)

9. (12 分) 某企业在一项关于职工流动原因的研究中, 从该企业以前职工的总体中随机抽选 200 人, 访问结果, 有 140 人离开该企业是由于同管理人员不能融洽相处。试对由于这种原因而离开该企业人员的真正比例, 构造一个 95% 的置信区间。已知 $z_{0.025} = 1.96$, 并进行讨论。
10. (15 分) 设 $X(t)$ 和 $Y(t)$ 是两个相互独立的平稳过程, 均值 μ_X 和 μ_Y 都不为零, 定义 $Z(t) = X(t) + Y(t)$
试计算互谱密度 $S_{XY}(\omega)$ 和 $S_{XZ}(\omega)$
11. (15 分) KK 型柴油发动机, 每升柴油的运转时间服从正态分布。按设计要求, 每升柴油的运转时间应在 30 min 以上。现测试 6 台柴油机, 已算出: $\bar{x} = 28.67$, $s = 1.633$, 及 $\sqrt{6} = 2.449$, $t_{0.05}(5) = 2.015$, 研究下面 3 种不同假设检验
- (1). $H_0: \mu \geq 30; H_1: \mu < 30$,
 - (2). $H_0: \mu \leq 30; H_1: \mu > 30$,
 - (3). $H_0: \mu = 30; H_1: \mu < 30$,
- 在显著水平 $\alpha = 0.05$ 下, 用 α 和 β 风险, 评价柴油发动机是否符合设计要求?