浙江工商大学 2010 年硕士研究生入学考试试卷（A 卷）

招生专业：统计学
考试科目：概率论与数理统计 813
总分：150 分　考试时间：3 小时

1. （15 分） 电路由元件 A 与两个并联的元件 B 和 C 串联而成（如图）。设 A、B 和 C 相互独立，且损坏的概率分别为 0.3、0.2 和 0.2
（1）求电路发生故障的概率
（2）已知电路故障，求是 B 原件损坏的概率

2. （15 分）对某板块股票进行统计分析，发现 3 年总和的收益率服从正态分布，平均收益率 72%（3 年总和），而收益率在 96%以上的占该板块股票总数的百分之 2 点 3。某人在此间购买该板块内股票，试求其收益率在 60%至 84%之间的概率。

3. （15 分） 设 X 的概率分布为 $P\{X=k\}=\dfrac{1}{2^k}(k=1,2,\cdots)$，

求 $Y=\sin(\dfrac{\pi}{2}X)$ 的概率分布。

4. （15 分）产品指标 $X\sim N(\mu,1)$，利润函数为

$$L=\begin{cases}-1 & X<10\\ 20 & 10\le X\le 12\\ -5 & X>12\end{cases}$$

试求使产品的期望利润最大的 μ。

答案写在答题纸上，写在试卷上无效。

5. （15分）箱中装有100件产品，其中一、二和三等品分别有80、10和10件。现从中随机选取一件，记

$$X_i=\begin{cases}1 & i\text{ 等品}\\ 0 & \text{其它}\end{cases}\qquad i=1,2,3$$

求 （1） X_1 与 X_2 的联合分布

（2） X_1 与 X_2 的相关系数

6. （15分）若 $X_n \xrightarrow{P} a$，$Y_n \xrightarrow{P} b$，证明

$$X_nY_n \xrightarrow{P} ab$$

这里 P 表示依概率收敛。

7. （15分）设 $X_1,\cdots,X_n$ 是取自正态 $N(\mu,\sigma^2)$ 的简单随机样本，其中 μ 已知。

试问：

$S^2=\dfrac{1}{n-1}\sum\limits_{i=1}^{n}\left(X_1-\overline{X}\right)^2$ 是否为 σ^2 的无偏估计和有效估计，并计算其有效率。

8. （15分）KK型柴油发动机，每升柴油的运转时间服从正态分布。按设计要求，每升柴油的运转时间应在 30 min 以上。现测试 6 台柴油机，已算出：$\bar{x}=28.67$，$s=1.633$，及 $\sqrt{6}=2.449$，$t_{0.05}(5)=2.015$，讨论下面3种不同假设检验

（1）. $H_0:\mu\ge 30$；$H_1:\mu<30$，

（2）. $H_0:\mu\le 30$；$H_1:\mu>30$，

（3）. $H_0:\mu=30$；$H_1:\mu<30$，

在显著水平 $\alpha=0.05$ 下，依照 α 和 β 风险，哪种假设检验合理？

9. （15分）设脂肪消耗量 x 与死亡率 y 有线性相关，并设在 x 给定下，y 是正态变量，方差与 x 无关。现有10个样本，已计算

$$\sum_{i=1}^{10} x_i = 116.1, \quad \sum_{i=1}^{10} y_i = 258.5, \quad \sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 3046.09,$$

$$\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 1390.09, \quad \sum_{i=1}^{10} y_i^2 = 6746.01$$

（1） 求回归直线 $y = a + bx$

（2） 假设检验 $H_0: b = 0,\ H_1: b \neq 0$，

$$\alpha = 0.05, \quad t_{0.025}(8) = 2.306$$

（3） 求 $x = 13$ 处 y 的置信水平为 0.95 的预测区间。

10. （15分）设 $X_0 = 1, X_1, X_2, \cdots, X_n, \cdots$ 是相互独立且都以概率 $p(0 < p < 1)$ 取值 1，以概率 $q = 1 - p$ 取值 0 的随机变量序列，令 $S_n = \sum_{i=1}^{n} X_i$，证明 $\{S_n, n \geq 0\}$ 构成一马氏链，并写出它的状态空间和一步转移概率矩阵。