浙江工商大学 2011 年硕士研究生入学考试试卷（B）卷

招生专业：统计学　　考试科目：概率论与数理统计

科目代码：813　　总分：150 分　　考试时间：3 小时

1.（本题 10 分）设试验 E 为"同时抛两枚骰子"，事件 A 表示"出现的点数之和为 7"，事件 B 表示"出现的点数之和为 9". 现独立重复做试验 E，问事件 A 在事件 B 之前出现的概率是多少？

2.（本题 15 分）有三个盒子，第一个盒装有 4 个红球 1 个黑球；第二个盒装有 3 个红球 2 个黑球；第三个盒装有 2 个红球 3 个黑球. 如果任取一盒，从中任取 3 个球，以 X 表示所取到的红球个数.

(1) 写出 X 的分布列；

(2) 求所取到的红球个数不小于 2 的概率；

(3) 求 E(X), D(X).

3.（本题 20 分）

$$p(x,y)=\begin{cases}8xy, & 0<x<1, 0<y<x,\\ 0, & 其它.\end{cases}$$

（1）讨论 X 与 Y 是否独立；　（2）讨论 X 与 $-X$ 是否独立；

（3）求 $p_{X|Y}(x|y)$；　（4）当 $0<y<1$，求 $E(X|Y=y)$；

（5）求 (X,Y) 落在区域 $G=\{(x,y):0\le y<2x\le 1\}$ 内的概率.

4.（本题 15 分）设某种商品每周的需求量 X 服从区间[10, 30]上均匀分布的随机变量,而经销商进货数为区间[10, 30]中的某一整数，商店每销售一单位商品可获利 500 元；若供大于求则削价处理，每处理一单位商品亏损 100 元；若供不应求,则可从外部调剂供应，此时每单位仅获利 300 元. 为使商店所获利润期望值不少于 9280，试确定最小的进货量.

5.（本题 15 分）设 $\{X_n\}$ 为一同分布、方差存在的随机变量序列，且 X_n 仅与 X_{n-1} 和 X_{n+1} 相关，而与其它的 X_i 不相关，则 $\{X_n\}$ 服从大数定律.

6.（本题 15 分）某单位内部有 260 架电话分机，每个分机有 4%的时间使用外线通话，可以认为各个电话分机用不用外线是相互独立的，总机备有 16 条外线，问有多大的把握保证各个分机在使用外线时不必等候.（$\Phi(1.77)\approx 0.96$）

7.（本题 15 分）设 X_1,X_2 是来自总体 $X\sim N(0,1)$ 的简单随机样本，$Z=\min\{X_1,X_2\}$，求 Z^2 的密度函数.

8.（本题 15 分）设 $X_1,X_2,\cdots,X_m$ 是来自总体 $X\sim N(\mu_1,\sigma^2)$ 的简单随机样本，设 $Y_1,Y_2,\cdots,Y_n$ 是来自总体 $Y\sim N(\mu_2,\rho\sigma^2)$ 的简单随机样本，记

$$S_X^2=\frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}(X_i-\bar{X})^2,\quad S_Y^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(Y_i-\bar{Y})^2,\quad F=\rho S_X^2/S_Y^2,$$

$$T=\frac{\bar{X}-\bar{Y}-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\frac{1}{m}+\frac{\rho}{n}}\sqrt{\frac{(m-1)S_X^2+(n-1)S_Y^2/\rho}{m+n-2}}},$$

证明 F 服从自由度为 $(m-1,n-1)$ 的 F 分布，T 服从自由度为 $m+n-2$ 的 t 分布.

9.（本题 15 分）设某批产品的寿命 X 服从二参数指数分布，其密度函数为：

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{\theta}e^{-\frac{x-\mu}{\theta}} & x>\mu\\ 0 & x\le\mu\end{cases},$$

现从这批产品中随机抽取 n 个进行试验，试验到有 $r(\le n)$ 产品失效时停止试验，观察到失效时间为：$X_{(1)}\le X_{(2)}\le\cdots\le X_{(r)}$，

（1）试写出 $X_{(1)},X_{(2)},\cdots,X_{(r)}$ 的联合密度函数；

（2）求参数 μ,θ 的最大似然估计.

10.（本题 15 分）设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 $X\sim N(\mu,1)$ 的简单随机样本，

（1）给出检验问题：$H_0:\mu\le 0$ v.s. $H_1:\mu>0$ 在显著性水平是 α 的检验统计量和拒绝域；

（2）求出所给检验方法犯第二类错误的概率.