

温州大学

2007 年研究生入学考试试题

考试科目：量子力学(A)

报考学科、专业：凝聚态物理、理论物理

请注意：全部答案必须写在答题纸上，否则不给分。

1、氢原子处在基态 $\psi(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} e^{-r/a_0}$ ，求：

(1) r 的平均值； (2) 势能 $(-\frac{e^2}{r})$ 的平均值；

(3) 最可几半径。 (已知： $\int_0^\infty x^n e^{-ax} dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$) (25 分)

2、设一粒子处下列势场中，请指出哪些力学量 ($H, p_x, p_y, p_z, p^2, L_x, L_y, L_z, L^2$, 宇称 P)

是守恒量：(1) 自由粒子势场，(2) 中心势场。 (25 分)

3、在一维无限深势阱 (阱宽为 $0 \sim a$) 中，粒子处在第 n 个本征态：

$$\psi_n(x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{n\pi}{a} x, & 0 < x < a; \\ 0, & 0 > x, x > a \end{cases}$$

$$\text{现受到一个微扰 } H' \text{ 为: } H' = \begin{cases} 0 & x < 0, x > a \\ \varepsilon \sin \frac{\pi x}{a} & 0 < x < a \end{cases}$$

其中 ε 为小量，试用微扰方法计算能量的一级修正。(25 分)

(已知公式： $2 \sin \alpha \cdot \cos \beta = \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)$)

4、设 $\hat{S} = \frac{\hbar}{2} \hat{\sigma}$ 是电子自旋算符， $x_{\pm \frac{1}{2}}$ 是自旋 (\hat{S}_z) 分量的本征函数。

(1) 写出三个泡利矩阵； (2) 求证： $\hat{S}_x x_{\frac{1}{2}} = \frac{\hbar}{2} x_{-\frac{1}{2}}$, $\hat{S}_y x_{\frac{1}{2}} = \frac{i\hbar}{2} x_{-\frac{1}{2}}$;

(3) 在 $x_{\frac{1}{2}}$ 态下，求 S_x 的平均值。(25 分)

请注意:全部答案必须写在答题纸上, 否则不给分。

5、(1) 设 $\hat{L}_{\pm} = \hat{L}_x \pm i\hat{L}_y$, 求证: $[\hat{L}_+, \hat{L}_-] = 2\hbar\hat{L}_z$, $[\hat{L}_z, \hat{L}_{\pm}] = \pm\hbar\hat{L}_{\pm}$ 。

(2) 在 (L^2, L_z) 表象中, 取 $l=1$ 三个基矢为: $\varphi_1 = Y_{11}(\theta, \varphi), \varphi_2 = Y_{10}(\theta, \varphi), \varphi_3 = Y_{1-1}(\theta, \varphi)$ 。

利用 $\hat{L}_x = \frac{1}{2}(\hat{L}_+ + \hat{L}_-)$, 求 \hat{L}_x 矩阵表示。(已知 $\hat{L}_{\pm}Y_{lm} = \sqrt{(l \mp m)(l \pm m + 1)}\hbar Y_{lm \pm 1}$) (25 分)

6、在一维无限深势阱(势阱位置从 0-a)中有二个电子, 忽略之间相互作用。

(1) 写出所有对称与反对称的二个电子总自旋波函数;

(2) 求出这个体系最低二个能级的所有满足全同性原理的波函数(包括自旋部分), 并讨论它们的能级简并度;

(3) 若二个电子之间有一相互作用 $\hat{H}' = J\hat{s}_1 \cdot \hat{s}_2$, 其中 \hat{s}_1, \hat{s}_2 分别是二个电子的自旋算符,

$J > 0$, 是常数、小量, 则其最低二个能级又是多少? (25 分)