

温州大學

2008 年硕士研究生招生入学考试试题

科目代码及名称: 617 数学分析 (A)

适用专业: 应用数学

(请考生在答题纸上答题, 在此试题纸上答题无效)

1、(10 分) 计算极限 $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{3 + \sqrt[n]{27}}{4} \right)^n$.

2、(15 分) 设 $x_1 = 2$, $x_{n+1} = \frac{2(1+x_n)}{2+x_n}$ ($n \geq 1$). 求 $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n$.

3、(10 分) 计算反常积分 $\int_0^{+\infty} e^{-x} \cos(bx) dx$.

4、(15 分) 设数列 $\{a_n\}$ 满足下列条件:

(1) 存在常数 $C > 0$, 使当 $n > m$ 时 $|a_n| \leq C|a_m|$;

(2) 存在一个收敛于 0 的子列 $\{a_{n_k}\}$.

求证: $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0$.

5、(20 分) 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 连续, $f(a)f(b) > 0$, $\int_a^b f(x) dx = 0$.

(1) 求证: $f(x)$ 在 (a, b) 至少有两个不同的零点;

(2) 若 $f(x)$ 又存在二阶导数且 $f''(x) > 0$, 则 $f(x)$ 在 (a, b) 只有两个不同零点.

温州大學

2008 年硕士研究生招生入学考试试题

科目代码及名称: 617 数学分析 (A)

适用专业: 应用数学

(请考生在答题纸上答题, 在此试题纸上答题无效)

6、(20 分) 设 $f(x)$ 在 x_0 的某邻域内 n 阶可微,

且 $f^{(k)}(x_0) = 0$ ($k = 1, 2, \dots, n-1$), $f^{(n)}(x_0) \neq 0$, 则

(1) 当 n 为偶数时, f 在 x_0 处取得极值;

(2) 当 n 为奇数时, f 在 x_0 处不取得极值.

7、(15 分) 讨论级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \ln(n+1) \sin \frac{1}{n^\beta}$ ($\beta > 0$) 的敛散性.

8、(15 分) 设 $a_n \geq 0$ ($n \geq 0$), $s(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ 的收敛半径为 1, 证明:

如果 $\lim_{x \rightarrow 1-0} s(x) = s$ 存在, 则 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ 收敛且和为 s .

9、(15 分) 证明极限 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sqrt{xy+1}-1}{x+y}$ 不存在.

10、(15 分) 设点 $p_1(x_1, y_1)$ 与 $p_2(x_2, y_2)$ 分别在两光滑曲线 $\varphi(x, y) = 0$ 和 $\psi(x, y) = 0$ 上, 而且 $|p_1 p_2|$ 为两曲线间的最短距离, 证明 p_1, p_2 必在两曲线的法线上.