温州大學

2009年硕士研究生招生入学考试试题

科目代码及名称：816 高等代数 (A)　　　　适用专业：应用数学

（请考生在答题纸上答题，在此试题纸上答题无效。）

1.（10分）、已知4个向量（1, 2, 4, –1）, (5, 11, 3, –3), (0, 1, 5, 2), (3, 8, 0, 1).

求由这4个向量构成的向量组的秩。

2.（15分）、求下面两个行列式：

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 3 & 5 & 1 \\ 4 & -2 & 2 \end{vmatrix}, \qquad \begin{vmatrix} a & 0 & 0 & 0 & b \\ 0 & a & 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & x & 0 & 0 \\ 0 & c & 0 & d & 0 \\ c & 0 & 0 & 0 & d \end{vmatrix}$$

3.（15分）、

设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ 且 $AX=3X+A$，求3阶方阵 X.

4.（15分）、求第3题中方阵A的特征值与特征向量。

5. （10分）、判断二次型 $x^2+3y^2+5z^2+2xy-4xz$ 是否正定，并说明原因。

6.（20分）、

设有方程组：$\begin{cases} (2-a)x + 2y - 2z = 1 \\ 2x + (5-a)y - 3z = 2 \\ -2x - 3y + (5-a)z = -a \end{cases}$

问a为何值时，方程组有唯一解？无解？或有无穷多解？并在有无穷多解时，求其通解。

7.（10 分）、在有理数域内求 $f(x)=4x^4-8x^3-3x^2-x+2$ 的根。

8. (20 分)、设 V 与 W 为有限维向量空间，T 为从 V 到 W 的线性变换。

记 $Ker(T)=\{x\in V \mid T(x)=0\}$，称为 T 的核空间。

记 $T(V)=\{y\in W \mid \exists x\in V$ 使 $T(x)=y\}$，称为 T 的像空间。

设$\{\alpha_1, \alpha_2, \dots \alpha_m\}$为 Ker(T)的一组基。$\{\gamma_1, \gamma_2, \dots \gamma_n\}$为 T(V)的一组基，取 $\{\beta_1, \beta_2,\dots\beta_n\}$ 使得 $T(\beta_j)=(\gamma_j)$, $1\le j \le n$。

求证: $\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m, \beta_1, \beta_2,\dots\beta_n\}$为 V 的一组基。

9. (20 分)、记 R^4 为 4 维欧氏空间。设线性变换 $T: R^4\to R^4$ 满足

$$T(x, y, z, w)=(2x+y+z, y+w, 4x+5y+2z+6w, 2x+3y+z+4w)$$

（1）、求核空间 Ker(T)的一组基，并指出它的维数。

（2）、求像空间 $T(R^4)$的一组基，并指出它的维数。

10.（15 分）、设 $T: R^3\to R^3$ 满足 $T(x, y, z)=(2x+y, 2y+z, 6x-y-2z)$。

取 R^3 的基$\{(1, 0, 1), (1, 0, -1), (1, -1, 1)\}$，求 T 在这组基下的矩阵表示。