

温州大學

2010 年硕士研究生招生入学考试试题

科目代码及名称: 618 数学分析 A

适用专业: 应用数学

(请考生在答题纸上答题, 在此试题纸上答题无效)

1. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-(1+x)^{\frac{1}{x}}} - 1}{x}$ (12 分)

2. 设 $f(u, v)$ 有二阶连续偏导数, $z = f(x+y, xy)$, 求: $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ (12 分)

3. 计算积分 $\int_0^3 \frac{\sqrt{x+1}-1}{\sqrt{x+1}+1} dx$ (12 分)

4. 计算积分 $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{(1+x^2)(1+x^p)}$ (12 分)

5. 计算积分 $\int_L e^{xy} (xy^2 dx + yx^2 dy)$, 其中 L 为半圆周 $y = 1 + \sqrt{1-x^2}$, 从点 $(1, 1)$ 到点 $(-1, 1)$.
(12 分)

6. 计算积分 $\iint_S x dy dz + y dz dx + (z+1) dx dy$, 其中 S 为抛物面 $z = 2 - x^2 - y^2$ ($z \geq 0$) 部分的上侧. (12 分)

7. 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 可导, 在 (a, b) 二阶可导, $f(a) = f(b)$, $f'(a)f'(b) > 0$. 求证: 存在 $\xi \in (a, b)$ 使得 $f''(\xi) = 0$. (12 分)

8. 设数列 $\{u_n\}, \{v_n\}$ 满足条件: $v_n \neq 0$, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n}{v_n} = 1$, 试解答下列问题

(1) 举例说明, 在上述条件下结论 $\lim_{n \rightarrow \infty} (u_n - v_n) = 0$ 不一定成立;

温州大學

2010 年硕士研究生招生考试试题

科目代码及名称: 618 数学分析

适用专业: 应用数学

(请考生在答题纸上答题, 在此试题纸上答题无效)

(2) 补充一个条件使得结论 $\lim_{n \rightarrow \infty} (u_n - v_n) = 0$ 成立, 并给出证明. (12 分)

9. 设 $f(x) = \begin{cases} x^p \arctan \frac{1}{x^2} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$, 讨论 $f(x)$ 在点 0 处的连续性和可导性, 并在可导时

求 $f'(0)$. (15 分)

10. 设 $\alpha > 0$, 证明函数项级数 $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x e^{-nx}}{n^\alpha}$ 在 $[0, +\infty)$ 的一致收敛. (12 分)

11. 设 $a > 0$, 证明含参量积分 $\int_0^{+\infty} \frac{x}{x^2 + y^2} dy$ 在任何有限闭区间 $[a, b]$ 一致收敛, 但在 $[a, +\infty)$

不一致收敛. (15 分)

12. 以 x_n 表示自然数 $1, 2, \dots, 10^n$ 中含数字 9 的自然数的个数, 求证: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{x_n}{10^n} = 1$. (12 分)