

温州大学

2012 年硕士研究生招生入学考试试题

科目代码及名称: 619 数学分析 (A) 适用专业: 应用数学

(请考生在答题纸上答题, 在此试题纸上答题无效)

1. (20 分) 求极限 (1) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\frac{1}{a} + \frac{2}{a^2} + \dots + \frac{n}{a^n}) (a > 1)$

(2) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\frac{x+n}{x-n})^x$ (n 为正整数)

2. (10 分) 求不定积分 $\int \frac{dx}{1 + \sin x}$.

3. (10 分) 证明: $\frac{e^a - e^b}{a - b} < \frac{e^a + e^b}{2} (a \neq b)$

4. (10 分) 求证: (1) 当 $0 < x < \frac{\pi}{2}$ 时, 有 $\sin x > \frac{2x}{\pi}$;

(2) 如果 $\triangle ABC$ 是锐角三角形, 那么 $\sin A + \sin B + \sin C > 2$.

5. (10 分) 若函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上无界, 则必存在 $[a, b]$ 上某点, 使得 $f(x)$ 在该点的任意邻域内无界.

6. (10 分) 设函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 内二阶可导, 则存在 $\xi \in (a, b)$, 使得

$$f(b) - 2f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(a) = \frac{(b-a)^2}{4} f''(\xi).$$

7. (10 分) 讨论反常积分的收敛性: $\int_1^{+\infty} \left(\frac{x}{x^2+m} - \frac{m}{x+1}\right) dx$

8. (10 分) 求函数 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 - y^3}{x^2 + y^2}, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$

在原点的偏导数 $f_x(0, 0)$ 与 $f_y(0, 0)$, 并考察 $f(x, y)$ 在 $(0, 0)$ 的可微性.

9. (10分) 已知平面上 n 个点的坐标分别是 $A_1(x_1, y_1), A_2(x_2, y_2), \dots, A_n(x_n, y_n)$, 试

求一点, 使它与这 n 个点距离的平方和最小.

10. (10分) 计算 $\iiint_V \frac{dx dy dz}{x^2 + y^2}$, 其中 V 是由平面 $x=1, x=2, z=0, y=x$ 与 $z=y$

所围成的区域.

11. (10分) 求曲线积分 $\oint_L x^2 y^3 dx + dy + z dz$, 其中 L 为 $y^2 + z^2 = 1, x=y$ 所交

的椭圆的正方向.

12. (15分) (1) 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} nx^n$ 的和;

(2) 求级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$ 的和.

13. (15分) 计算 $\int_1^{+\infty} \frac{e^{-\alpha x^2} - e^{-\beta x^2}}{x} dx$ ($\alpha > 0, \beta > 0$)