

# 宁波大学 2009 年攻读硕士学位研究生

## 入 学 考 试 试 题

(答案必须写在答题纸上)

考试科目: 量子力学 (A 卷) 考码: 812 专业名称: 理论物理、凝聚态物理、光学

一、(35 分) 简要回答以下问题。

- a) 写出索末菲的量子化条件。
- b) 斯特恩-革拉赫实验证明了什么?
- c) 已知在  $\hat{L}_z$  表象中,  $\hat{L}_y$  的本征函数为:

$$\psi_{11} = \begin{pmatrix} 1/2 \\ i/\sqrt{2} \\ -1/2 \end{pmatrix}, \quad \psi_{10} = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 0 \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad \psi_{1-1} = \begin{pmatrix} 1/2 \\ -i/\sqrt{2} \\ -1/2 \end{pmatrix},$$

则由  $\hat{L}_z$  表象到  $\hat{L}_y$  表象的变换矩阵

$S$  为?

- d) 描写全同粒子体系状态的波函数有何特点?
- e) 波函数  $\psi$  与  $K\psi$ 、 $\psi e^{i\alpha}$  ( $K$ 、 $\alpha$  均为常数) 是否描述同一状态。
- f) 自旋可以在坐标表象中表示吗?

二、(25 分) 设单粒子的归一化波函数为  $\psi(x, y, z) = \psi(\vec{r})$ , 试用它表示出下列概率:

- a) 粒子坐标  $x$  介于  $x_1$  与  $x_2$  之间,  $x_1 \leq x \leq x_2$
- b)  $x_1 \leq x \leq x_2$ , 同时粒子动量分量  $p_z \geq 0$
- c) 粒子动量分量满足:  $p_1 \leq p_x \leq p_2$ ,  $p_3 \leq p_y \leq p_4$ ,  $p_5 \leq p_z \leq p_6$ 。

三、(20 分) 按要求证明:

- a) 假设  $A$ 、 $B$ 、 $C$  是三个矩阵, 证明:  $(ABC)^+ = C^+ B^+ A^+$ 。
- b) 证明厄米算符平方的对角元是非负的。

四、(20 分) 高速带电粒子在屏蔽库仑场中散射, 已知势可以写为:

$$V(r) = -\frac{Ze^2}{r} e^{-r/a}, \quad \text{求微分散射截面。}$$



# 宁波大学 2009 年攻读硕士学位研究生

## 入学考试试题(答案必须写在答题纸上)

考试科目: 量子力学 (A 卷) 考码: 812 专业名称: 理论物理、凝聚态物理、光学

五、(25 分) 类氢原子中, 电子与核的库仑作用能为  $V(r) = -Ze^2/r$ , 当原子发生  $\beta$  衰变时, 核电荷由  $Ze \rightarrow (Z+1)e$ , 相互作用能增加了  $H' = -e^2/r$ 。

- 试用微扰论讨论体系基态能量的一级修正
- 将结果与严格解比较, 说明微扰论何时近似性较好。

六、(25 分) 试利用一维谐振子的基态波函数  $\psi_0 = \sqrt{\frac{\alpha}{\sqrt{\pi}}} e^{-\alpha^2 x^2/2}$  验证不确定关系  $\Delta p \cdot \Delta x \geq \hbar/2$  是得到满足的。

[以下式子仅供参考, 可能并非完全必要。]

1) 部分球谐函数表达式:

$$Y_{0,0} = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}, \quad Y_{1,1} = -\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta e^{i\varphi}, \quad Y_{1,0} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta, \quad Y_{1,-1} = \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta e^{-i\varphi}$$

2)  $\Gamma$  函数的积分表达式:

$$\Gamma(x) = \int_0^\infty e^{-t} t^{x-1} dt, \quad \text{具有性质 } \Gamma(x) = (x-1)\Gamma(x-1)$$

对于正整数  $n$ ,  $\Gamma(n) = (n-1)!$

其他特殊值  $\Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}$ 。

3) 一些积分公式:

对于  $a > 0$ ,

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}}, \quad \int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{a^3}}, \quad \int_{-\infty}^{\infty} x^4 e^{-ax^2} dx = \frac{3}{4} \sqrt{\frac{\pi}{a^5}}$$

4) 氢原子基态能级:  $E_1 = \frac{-\mu e^4}{2\hbar^2} = -\frac{e^2}{2a}$ , 其中  $a = \frac{\hbar^2}{\mu e^2}$  为玻尔半径。

氢原子基态波函数:  $\psi_{100} = \left(\frac{1}{\pi a^3}\right)^{1/2} e^{-r/a}$ 。