

宁波大学 2010 年攻读硕士学位研究生

入学考试试题 (答案必须写在答题纸上)

考试科目: 数学综合 (A 卷) 考码: 620 专业名称: 流行病与卫生统计学

一、单选题: 1~10 小题, 每小题 6 分, 共 60 分.

(1) 当 $x \rightarrow 0$ 时, 下列函数哪一个是 x 的三阶无穷小().

(A) $x^3(e^x - 1)$ (B) $1 - \cos x$ (C) $\sin x - \tan x$ (D) $\ln(1+x)$

(2) 设 $f(x) = \begin{cases} e^{ax}, & x < 0 \\ b + \sin 2x, & x \geq 0 \end{cases}$, 在 $x=0$ 处可导, 则 a, b 的值应为().

(A) $a=2, b=1$ (B) $a=1, b=2$ (C) $a=-2, b=1$ (D) $a=2, b=-1$

(3) 设 $f(x)$ 的导数在 $x=a$ 处连续, 又 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{x-a} = -1$, 则().

(A) $x=a$ 是 $f(x)$ 的极小值点 (B) $x=a$ 是 $f(x)$ 的极大值点

(C) $(a, f(a))$ 是 $f(x)$ 的拐点

(D) $x=a$ 不是 $f(x)$ 的极值点, $(a, f(a))$ 也不是曲线 $y=f(x)$ 的拐点

(4) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x-2|}{x-2} = ()$.

(A) -1 (B) 1 (C) ∞ (D) 不存在

(5) 微分方程 $y' - xy' = a(y^2 + y')$ 是().

(A) 可分离变量方程 (B) 齐次方程

(C) 齐次线性方程 (D) 非齐次线性方程

(6) 向量组 $\alpha_1 = (6, 4, 1, -1, 2), \alpha_2 = (1, 0, 2, 3, -4),$
 $\alpha_3 = (1, 4, -9, -16, 22), \alpha_4 = (7, 1, 0, -1, 3)$ 的秩为().

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

(7) 已知三阶矩阵 A 的特征值分别为 1, -1, 2, 则下列哪个数值不是 $A - 2E$ 的特征值().

(A) 1 (B) 0 (C) -1 (D) -3

(8) 设任意两个随机事件 A 和 B 满足条件 $AB = \overline{A}\overline{B}$, 则().

(A) $A \cup B = \emptyset$ (B) $A \cup B = \Omega$ (C) $A \cup B = A$ (D) $A \cup B = B$

(9) 设随机变量 X 的数学期望 $E(X) = \mu$, 方差 $D(X) = \sigma^2$, 则由切比雪夫不等式, 有 $P\{|X - \mu| \geq 3\sigma\} \leq ()$.

(A) $\frac{1}{9}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) 1

宁波大学 2010 年攻读硕士学位研究生

入学考试试题 (答案必须写在答题纸上)

考试科目: 数学综合 (A 卷) 考码: 620 专业名称: 流行病与卫生统计学

(10) 设随机变量 (ξ, η) 的联合分布如下表, 则 k 值为 ().

$\xi \backslash \eta$	-1	0
1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
2	$\frac{1}{6}$	k

- (A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$

二、填空题: 11~20 小题, 每小题 6 分, 共 60 分.

(11) 已知 $f'(3) = 2$, 则 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3-h) - f(3)}{2h} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(12) 已知 $f'(e^x) = xe^{-x}$, 且 $f(1) = 0$, 则 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

(13) 已知 $\int x f'(x^2) dx = \ln x + C$, 则函数 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

(14) 微分方程 $(1+x^2)y'' = 2xy'$ 满足初始条件 $y(0) = 1, y'(0) = 3$ 的特解为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

(15) 积分 $\int_0^2 dx \int_x^2 e^{-y^2} dy$ 的值等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.

(16) 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, 则当 b, d 为任意常数, 且 $c = \underline{\hspace{1cm}}, a = \underline{\hspace{1cm}}$ 时, 恒有

$AB = BA$.

(17) 已知 $\alpha = (2, 1, 3, 2)$, 则 $\|\alpha\| = \underline{\hspace{2cm}}$.

(18) 一电话总机每分钟受到呼唤的次数服从参数为 4 的泊松分布, 则某一分钟恰有 8 次呼唤的概率为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

(19) 设连续型随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} 3(1-x), & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 则 $Y = X^3$ 的数学期望为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

(20) 设由来自正态总体 $X \sim N(\mu, 0.9^2)$ 容量为 9 的简单随机样本, 得样本均值 $\bar{X} = 5$, 则未知参数 μ 的置信度为 0.95 的置信区间是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

宁波大学 2010 年攻读硕士学位研究生

入学考试试题 (答案必须写在答题纸上)

考试科目: 数学综合 (A 卷) 考码: 620 专业名称: 流行病与卫生统计学

三、解答题: 21~30 小题, 每小题 18 分, 共 180 分.

(21) 已知当 $x \rightarrow 0$ 时, $(1+ax^2)^{\frac{1}{3}} - 1$ 与 $\cos x - 1$ 是等价无穷小, 求常数 a .

(22) 曲线 $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$ 的切线与 x 轴和 y 轴围成一个三角形, 记切点的横坐标为 a , 试求切线方程和该三角形的面积. 又当切点沿曲线趋于无穷远时, 该面积的变化趋势如何?

(23) 制作一个容积为常数 V 的圆柱形带盖的铁皮水箱, 应如何设计其底面半径 r 与高 h , 才能使用料最省?

(24) 计算下列各题:

1) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (x^3 + \sin^2 x) \cos^2 x dx$ 2) $\int_0^1 (\sqrt{2x-x^2}) dx$

(25) 函数 $f(x) = x^3$ 与 $g(x) = x^2 + 1$ 在区间 $[1, 2]$ 上是否满足柯西定理的所有条件? 如满足, 请求出定理中的数值 ξ .

(26) 计算行列式 $\begin{vmatrix} 1+x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+y & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1-y \end{vmatrix}$ 的值.

(27) 求矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 14 & 32 \\ 4 & 5 & 6 & 32 & 77 \end{pmatrix}$ 的秩.

(28) 已知血型的分布近似为: A 型为 37%, B 型为 13%, AB 型为 6%, O 型为 44%, 夫妻拥有的血型是相互独立的.

- 1) B 型的人只有输入 B、O 两种血型才安全. 若妻为 B 型, 夫为何种血型未知, 求夫是妻的安全输血者的概率.
- 2) 随机的选取一对夫妻, 求妻为 B 型夫为 A 型的概率.
- 3) 随机的选取一对夫妻, 求其中一人为 A 型、另一人为 B 型的概率.
- 4) 随机的选取一对夫妻, 求其中至少一人是 O 型的概率.

(29) 设总体 X 服从正态分布 $N(0, 2^2)$, 而 X_1, X_2, \dots, X_{15} 是来自总体 X 的简单随机样本, 求随机

变量 $Y = \frac{X_1^2 + \dots + X_{10}^2}{2(X_{11}^2 + \dots + X_{15}^2)}$ 的分布及参数.

(30) 已知随机变量 X 和 Y 分别服从正态分布 $N(1, 3^2)$ 和 $N(0, 4^2)$, 且 X 与 Y 的相关系数

$$\rho_{XY} = -\frac{1}{2}, \text{ 设 } Z = \frac{X}{3} + \frac{Y}{2}.$$

- 1) 求 Z 的数学期望 $E(Z)$ 和方差 $D(Z)$.
- 2) 求 X 与 Z 的相关系数 ρ_{XZ} .
- 3) 问 X 与 Z 是否相互独立? 为什么?