

宁波大学 2010 年攻读硕士学位研究生

入学考试试题 (答案必须写在答题纸上)

考试科目: 量子力学 (A 卷) 考码: 812 专业名称: 理论物理、凝聚态物理、光学

一、(25 分) 简要回答下列问题。

- (1) 设粒子波函数为 $\psi(\vec{r}, t)$, 写出粒子几率流守恒方程。
- (2) 写出跃迁的黄金规则的公式, 简要说明式中各项的意义。
- (3) 写出两个电子的对称自旋波函数和反对称自旋波函数。
- (4) \hat{L}_x , \hat{L}_y , \hat{L}_z 有没有共同的本征态?
- (5) 对于吸收或发射一个光子的原子态, 试叙述电偶极选择定则。

二、(10 分) 设 $t = 0$ 时, 粒子的状态为 $\psi(x) = A(\sin^2 kx + \frac{1}{2} \cos kx)$, 求此时粒子的平均动量和平均动能。

三、(10 分) 证明 $\hat{\sigma}_x \hat{\sigma}_y \hat{\sigma}_z = i$ 。

四、(10 分) 设在球坐标中, 粒子波函数为 $\psi(r, \theta, \varphi)$, 试求:

- (1) 在球壳 $(r, r + dr)$ 中找到粒子的概率;
- (2) 在 (θ, φ) 方向的立体角 $d\Omega$ 中找到粒子的概率。

五、(15 分) 证明在 \hat{L}_z 的任何一个本征态下, \hat{L}_x 和 \hat{L}_y 的平均值为零。

六、(20 分) 设氢原子的波函数 ($t = 0$ 时刻) 为

$$\psi(\vec{r}, 0) = (1/2)\psi_{100}(\vec{r}) + (1/3)\psi_{210}(\vec{r}) + (\sqrt{3}/3)\psi_{211}(\vec{r}),$$

其中 $\psi_{nlm}(\vec{r})$ 是定态空间波函数。

- (1) 求 t 时刻的平均能量 (用基态能量 E_1 表达出来)。
- (2) 求 t 时刻氢原子具有能量 E_2 的几率。
- (3) 求 t 时刻氢原子相应轨道角动量在 z 方向的投影为零的几率。

宁波大学 2010 年攻读硕士学位研究生

入学考试试题 (答案必须写在答题纸上)

考试科目: 量子力学 (A 卷) 考码: 812 专业名称: 理论物理、凝聚态物理、光学

七、(20 分) 一个粒子在有一小势坑的一维盒子中运动,

$$V(x) = \begin{cases} \infty & x < 0 \\ -b & 0 < x < l/2 \\ 0 & l/2 < x < l \\ \infty & x > l \end{cases}$$

将该势坑视为一维无限深势阱的微扰, 求出基态的第一级能量修正。

八、(20 分) 已知在 \hat{L}^2 和 \hat{L}_z 的共同表象中, 算符 \hat{L}_x 的矩阵为:

$$\hat{L}_x = \frac{\hbar}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

(1) 在此表象下求出 \hat{L}_x 的本征值和归一化的本征函数。

(2) 若体系处于态 $\frac{1}{\sqrt{14}} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, 问测量 \hat{L}_x 得 0 的概率是多大。

九、(20 分) 求一维谐振子处在第一激发态时概率最大的位置。

[以下式子仅供参考, 可能并非完全必要。]

1) 部分球谐函数表达式:

$$Y_{0,0} = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}, \quad Y_{1,1} = -\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin\theta e^{i\varphi}, \quad Y_{1,0} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos\theta, \quad Y_{1,-1} = \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin\theta e^{-i\varphi}.$$

2) 线性谐振子对应于能量 E_n 的波函数: $\psi_n(x) = N_n e^{-\alpha^2 x^2 / 2} H_n(\alpha x)$, 其中

$$N_n = \left(\frac{\alpha}{\sqrt{\pi} 2^n n!} \right)^{1/2}.$$