宁波大学 2011 年攻读硕士学位研究生

入 学 考 试 试 题(答案必须写在答题纸上)

考试科目：量子力学　(A 卷) 考码：812　专业名称：理论物理、凝聚态、光学

一、简答题（每题 6 分，共 30 分）

1. 试列举厄米算符的性质。
2. 矮力场中 s 分波微分散射截面的角分布有何特点？
3. 使用定态微扰论时，对哈密顿量 H 有什么样的要求？
4. 用球坐标表示的粒子波函数为$\psi(r,\theta,\varphi)$，则粒子在(θ,φ)方向的立体角$d\Omega$中且半径在$0<r<a$范围内被测到的概率是多大？
5. 简述态迭加原理。

二、（本题 10 分）求下列状态中$\hat{j}^2,\hat{j}_z$的本征值（$\vec{j}=\vec{L}+\vec{S}$）

（1）$\psi_1=\chi_{1/2}(S_z)Y_{11}(\theta,\varphi)$

（2）$\psi_2=\dfrac{1}{\sqrt{3}}\{\sqrt{2}\chi_{1/2}(S_z)Y_{10}(\theta,\varphi)+\chi_{-1/2}(S_z)Y_{11}(\theta,\varphi)\}$

（3）$\psi_3=\dfrac{1}{\sqrt{3}}\{\sqrt{2}\chi_{-1/2}(S_z)Y_{10}(\theta,\varphi)+\chi_{1/2}(S_z)Y_{1-1}(\theta,\varphi)\}$

（4）$\psi_4=\chi_{-1/2}(S_z)Y_{1-1}(\theta,\varphi)$

三、（本题 15 分）设量子体系的束缚态能级和归一化能量本征态分别为E_n和ψ_n（n为量子数或编号），设λ是$\hat{H}$含有的任何一个参数，证明：$\dfrac{\partial E_n}{\partial\lambda}=\langle\psi_n|\partial\hat{H}/\partial\lambda|\psi_n\rangle$。

四、（本题 15 分）设氢原子处于状态$\psi(r,\theta,\varphi)=\dfrac{1}{2}R_{21}(r)Y_{10}(\theta,\varphi)+\dfrac{\sqrt{3}}{2}R_{21}(r)Y_{1-1}(\theta,\varphi)$，求

（1）能量算符$\hat{H}$，角动量平方算符$\hat{L}^2$和角动量 z 分量$\hat{L}_z$的可能取值；

（2）上述三个量取各个可能值的概率；

（3）上述三个量的平均值。

五、（本题 20 分）在σ_z表象中，求σ_x和σ_y的本征值和本征函数。

宁波大学 2011 年攻读硕士学位研究生

入 学 考 试 试 题(答案必须写在答题纸上)

考试科目: 量子力学 **(A 卷)** 考码: **812** 专业名称: 理论物理、凝聚态、光学

六、(本题 20 分)氢原子处于基态 $\psi(r)=\frac{1}{\sqrt{\pi a^3}}e^{-r/a}$,求

(1)势能 $-e^2/r$ 的平均值;

(2)最可几半径。

七、(本题 20 分)一个质量为 m 的粒子在一维无限深势阱($0<x<a$)中运动,其量子态为

$$\psi(x)=\sqrt{\frac{2}{a}}\left(\frac{1}{2}\sin\frac{\pi x}{a}+\sqrt{\frac{3}{4}}\sin\frac{3\pi x}{a}\right),\text{ 问}$$

(1) 该量子态是不是能量的本征态?

(2) 对该系统进行能量测量,其可能的结果及所对应的概率是多少?

(3) 处于该量子态粒子能量的平均值是多少?

八、(本题 20)在时间 $t=0$ 时,一个线性谐振子处于下列归一化的波函数所描写的状态:

$\psi(x,0)=\sqrt{\frac{1}{5}}\psi_0(x)+\sqrt{\frac{1}{2}}\psi_2(x)+c\psi_3(x)$,其中 $\psi_n(x)$ 是谐振子的第 n 个本征函数。

(1)试求 c 的数值;

(2)写出在 t 时刻的波函数;

(3)在 $t=0$ 时振子能量的平均值是多少? $t=1s$ 时又是多少?

[以下式子仅供参考,可能并非完全必要。]

Γ 函数的积分表达式:

$\Gamma(x)=\int_0^\infty e^{-t}t^{x-1}dt$,具有性质 $\Gamma(x)=(x-1)\Gamma(x-1)$

对于正整数 n, $\Gamma(n)=(n-1)!$

特殊值: $\Gamma(1/2)=\sqrt{\pi}$。