宁波大学 2011 年攻读硕士学位研究生

入 学 考 试 试 题(答案必须写在答题纸上)

考试科目: 高等数学 (A 卷) 考码: 602 专业名称: 人文地理学

一、基础题（100 分）

1. 设函数 $f(x)=\begin{cases} e^{\frac{1}{2}}, & x\le 0 \\ \left(1+\dfrac{x}{a}\right), & x>0 \end{cases}$ 在 x=0 处连续，求 a 值（5 分）。

2. 设 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+x}{1+x^{2n}}$，当 $x\in\{-\infty,+\infty\}$时，求 $f(x)$的间断点（10 分）。

3. 曲线 $y=ax^2+bx^3$ 以(1,3)为拐点，求 a, b 的值（10 分）。

4. $y=x|x|$，求 $\dfrac{dy}{dx}$（5 分）。

5. 设 $f(x)$满足 $af(x)+bf(\dfrac{1}{x})=\dfrac{c}{x}$，其中 a、b、c 均为常数，且 $a\neq b$。求 $\dfrac{df(x)}{dx}$（10 分）。

6. 设 $f(x)=\begin{cases} |x|, & x\neq 0 \\ 1, & x=0 \end{cases}$，讨论是否存在一个以 $f(x)$为导数的函数 $F(x)$（10 分）。

7. 求下列积分（25 分）

① $\displaystyle\int\frac{\ln\ln x}{x}dx$（5 分）

② $\displaystyle\int e^{\sqrt[3]{x}}dx$（5 分）

③ $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi}\frac{x^3(\sin^2 x-e^{-2x^2})}{x^2+\cos^2 x}dx$（5 分）

④ $\displaystyle\int_1^2 dx\int_{\sqrt{x}}^{x}\sin\frac{\pi x}{2y}dy+\int_2^4 dx\int_{\sqrt{x}}^{2}\sin\frac{\pi x}{2y}dy$（10 分）

8. 解下列方程（15 分）

① $y\ln y dx+(x-\ln y)dy=0$（5 分）

② $2\dfrac{d^2y}{dx^2}+5\dfrac{dy}{dx}=5x^2-2x-1$（10 分）

9. 求 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}nx^n$ 的收敛区间及和函数（10 分）

二、应用题（50 分）

1. 商业企业市场半径分析问题（30 分）

E. S. Mills 和 M. R. Lev 根据 A. Lösch 中心地理论提出了一个商业零售企业的市场地域模型。其基本假设如下：

宁波大学 2011 年攻读硕士学位研究生

入 学 考 试 试 题(答案必须写在答题纸上)

考试科目：高等数学 (A 卷) 考码：602 专业名称：人文地理学

①市场为均值区域，消费者收入水平、需求量和偏好一致、交通费率为常数，设每个消费者对某零售企业所售商品的需求函数为

$$q = a - b(P + kx)$$

其中：q 为单个消费者对某个商品的需求量；a 为可用于购买该商品的可支配收入；b 为购买量；P 为单位商品销售价格；k 为单位商品运费率；x 为消费者与商店的距离。设 a、b、p、k 均为≥0 的常数。

②人口均匀分布，密度为 D。

③市场上有唯一的销售企业所设的唯一的商店，该商店的总利润为

$$R = PT - A - mT$$

其中：R 为总利润；P 为单位商品销售价格；S 为销售量；A 为固定成本；m 为单位产品销售成本。P、A、m 均为≥0 的常数。

④为了理论分析的方便，可将离散型函数 q、R 假设为连续可导、可积函数。

求：在市场均衡条件下(总销量 T 等于总需求 Q，即 $Q=T$)，企业可能实现的最大市场半径 $X_{\max}$（设市场地域为圆形），并分析其影响因素。

2. 港口选址问题（20 分）

如下图所示，CD 为可通航河流，A、B 为位于河流两侧的城市。AC、BD 为 A、B 与河流的垂直距离。由于地理条件和运输方式的差异，A、B 两城市到河流的单位产品的单位距离运费（运费率）不同，设分别为 k_1、k_2($k_1 > k_2$)，水运运费率为 m($m<k_2<k_1$)。为沟通 A、B 两城市，并利用河流运费较低的优势，可在河流上在靠近 A、B 两城市的适当地点建造港口。

求：

1）在不考虑建造成本差异、采用直线连接的条件下，求出按运费最小原则选择港口地址的通用公式。

2）设 CD=200km，AC=20km，BD=15km。P_b 港口已建成，P_bD=10km，P_bB 为铁路，其运费率为 1 元/T·km，水运运费率为 0.5 元/T·km，现规划在 A 城市附近建造港口，A 城市与港口采用直线公路连接，其运费率为 2 元/T·km。根据河流建港条件，可供选择的地点为 P_a、P_c、P_d 三处，P_aC=15km，P_cC=25km，P_dC=30km，则应选择何处建造港口？