宁波大学 2012 年攻读硕士学位研究生

入 学 考 试 试 题(答案必须写在答题纸上)

考试科目: 数学综合 (A 卷) 考码: 620 专业名称: 流行病与卫生统计学

一、单选题：1～10 小题，每小题 6 分，共 60 分.

(1) 曲线 $y=x^2+2x-3$ 上切线斜率为 6 的点是（ ）。

（A）(1, 0)　　（B）(-3, 0)

（C）(2, 5)　　（D）(-2, -3)

(2) 设 D 为闭区域 $\{(x,y)\mid x^2+y^2\le 4, y\ge 0\}$，则 $\iint\limits_D (xy+\sin x\cos y^2)dxdy$ 等于（ ）。

（A）2π　　（B）$-\dfrac{\pi}{2}$

（C）0　　（D）1

(3) 当 $x\to 0$，无穷小量 $\alpha=x^2$ 与 $\beta=1-\sqrt{1-2x^2}$ 的关系是（ ）。

（A） β与α 是等价无穷小量

（B） β与α 是同阶非等价无穷小量

（C） β是比α 较高阶的无穷小量

（D） β是比α 较低阶的无穷小量

(4) 设函数 $f(x)$ 在开区间 (a,b) 内有 $f'(x)<0$ 且 $f''(x)<0$，则 $y=f(x)$ 在 (a,b) 内（ ）。

（A）单调增加，图形上凹　　（B）单调增加，图形下凹

（C）单调减少，图形上凹　　（D）单调减少，图形下凹

(5) 曲线 $y=\dfrac{x}{1-x^2}$ 的渐近线有（ ）。

（A）1 条　　（B）2 条

（C）3 条　　（D）4 条

(6) λ_1,λ_2 都是 n 阶矩阵 A 的特征值，$\lambda_1\ne\lambda_2$，且 x_1 与 x_2 分别是对应于 λ_1 与 λ_2 的特征向量，当（ ）时 $x=k_1x_1+k_2x_2$ 必是 A 的特征向量。

（A） $k_1=0$且$k_2=0$　　（B） $k_1\ne 0$且$k_2\ne 0$

（C） $k_1\bullet k_2=0$　　（D） $k_1\ne 0$且$k_2=0$

(7) 设 A 为 $m\times n$ 矩阵，$Ax=0$ 是非齐次方程组 $Ax=b$ 所对应的齐次线性方程组，则下列结论正确的是（ ）。

（A）若 $Ax=0$ 仅有零解，则 $Ax=b$ 有唯一解；

（B）若 $Ax=0$ 有非零解，则 $Ax=b$ 有无穷多个解；

（C）若 $Ax=b$ 有无穷多个解，则 $Ax=b$ 仅有零解；

（D）若 $Ax=b$ 有无穷多个解，则 $Ax=b$ 有非零解。

(8) 设 $P(A\mid B)=P(B\mid A)=\dfrac{1}{4}, P(\overline{A})=\dfrac{2}{3}$ ，则（ ）。

（A） A 与 B 独立，且 $P(A\bigcup B)=\dfrac{5}{12}$

（B） A 与 B 独立，且 $P(A)=P(B)$

（C） A 与 B 不独立，且 $P(A\bigcup B)=\dfrac{7}{12}$

（D） A 与 B 不独立，且 $P(A\mid \overline{B})=P(A\mid B)$

(9) 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)$，则随机变量 $Y=2X+1$ 的分布函数 $G(y)$=（ ）。

（A） $F\left(\dfrac{1}{2}y+1\right)$ （B） $2F(y)+1$

（C） $\dfrac{1}{2}F(y)-\dfrac{1}{2}$ （D） $F\left(\dfrac{1}{2}y-\dfrac{1}{2}\right)$

(10) 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，则 μ 的置信区间长度 L 与置信度 $1-\alpha$ 的关系是（ ）。

（A）$1-\alpha$ 减小时，L 变小 （B）$1-\alpha$ 减小时，L 增大

（C）$1-\alpha$ 减小时，L 不变 （D）$1-\alpha$ 减小时，L 增减不定

二、填空题：11～20 小题，每小题 6 分，共 60 分.

(11) $\lim\limits_{x\to 0}(1+\sin x)^{\frac{1}{x}}$=____。

(12) 方程 $y-xe^{y}=1$ 确定 y 是 x 的函数，则 $y''\big|_{x=0}$ =____。

(13) 函数 $y=xe^{x}$ 的拐点为=____。

(14) 已知某产品产量的变化率是时间 t 的函数 $f(t)=at+b$（a，b 是常数），设此产品 t 时的产量函数为 $P(t)$，已知 $P(0)=0$，则 $P(t)$=____。

(15) 曲线 $y=x^2+3$ 在区间[0,1]的曲边梯形面积大小为____。

(16) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ 的秩为____。

(17) 5 阶行列式 $D = \begin{vmatrix} 1-a & a & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1-a & a & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1-a & a & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1-a & a \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1-a \end{vmatrix}$ =____。

(18) 设随机变量 X 服从参数为 $(2,p)$ 的二项分布，随机变量 Y 服从参数为 $(3,p)$ 的二项分布，若 $P\{X \ge 1\} = \frac{5}{9}$，则 $P\{Y \ge 1\} =$____。

(19) 设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为 $f(x,y) = \begin{cases} 6x, & 0 \le x \le y \le 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$。则 $P\{X+Y \le 1\} =$____。

(20) 设 $X \sim U[-1,b]$，若由切比雪夫不等式有 $P\{|X-1| < \varepsilon\} \ge \frac{2}{3}$，则 b=____。

三、解答题：21～30 小题，每小题 18 分，共 180 分.

(21) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n^2+n+1} + \frac{2}{n^2+n+2} + \cdots + \frac{n}{n^2+n+n}\right)$

(22) 求下列积分：

1) $\int_0^3 x\sqrt{1+x}\,dx$　　　　2) $\int_0^1 \frac{x\,dx}{(2-x^2)\sqrt{1-x^2}}$

(23) 判定下列级数的收敛性：

1) $\frac{1}{2} + \frac{3}{2^2} + \frac{5}{2^3} + \frac{7}{2^4} + \cdots$　　　　2) $1 + \frac{5}{2!} + \frac{5^2}{3!} + \frac{5^3}{4!} + \cdots$

(24) 求下列不定积分:

1） $\int\frac{dx}{x^4-1}$ 2） $\int\sqrt{\frac{a+x}{a-x}}dx$

(25) 求微分方程 $y'\sin x-y\cos x=0, y\Big|_{x=\frac{\pi}{2}}=1$ 在给定初始条件下的特解。

(26) 问 a 取什么值时，下列向量组线性相关?

$$a_1=\begin{pmatrix}a\\1\\1\end{pmatrix}, a_2=\begin{pmatrix}1\\a\\-1\end{pmatrix}, a_3=\begin{pmatrix}1\\-1\\a\end{pmatrix}$$

(27) 证明正交矩阵的下列性质:

1）若 Q 为正交矩阵，则其行列式的值为 1 或-1;

2）若 Q 为正交矩阵，则 Q 可逆且 $Q^{-1}=Q^T$;

3）若 *P*，Q 都是正交矩阵，则它们的乘积 *PQ* 也是正交矩阵。

(28) 某种型号的器件的寿命 *X*（以小时计）具有以下的概率密度:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1000}{x^2}, & x>1000\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

，现有一大批此种器件（设各器件损坏与否相互独立），任取 5 只，问其中至少有 2 只寿命大于 1500 小时的概率是多少?

(29) 设一次试验成功的概率为 *p*，进行 100 次独立重复试验，当 *p* 等于多少时，成功次数的标准差的值最大，其最大值多少?

(30) 用甲、乙两种方法生产同一种药品，其成品得率的方差分别为 $\sigma_1^2=0.46, \sigma_2^2=0.37$。现测得甲方法生产的药品得率的 25 个数据，$\bar{X}=3.81$；乙方法生产的药品得率的 30 个数据，$\bar{Y}=3.56$.设得率服从正态分布，问甲、乙两种方法平均得率的差异是否有显著的统计学意义?（$\alpha=0.05$）