X124

浙 江 大 学

2000 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

考试科目 高等数学　　　编号 316

注意：答案必须写在答题纸上，写在试题纸或草稿上均无效。

一、填空题（12分，每小题2分）

1. 设$f(x)$是$[-1,1]$上的初等函数，则$\lim\limits_{x\to 0}[f(-x)+f(x)]=$ ________

2. 曲线$\begin{cases} x=1+t^2 \\ y=t^3 \end{cases}$在$t=2$处的切线方程为 ________.

3. 设曲线$y=ax^3+bx^2$在点$(1,3)$处有拐点，则$a=$ ____，$b=$ ____.

4. 设$\ln(1+x)$是$f(x)$的一个原函数，则积分$\int_0^1 x f''(x)\,dx=$ ________.

5. 微分方程$y'+2xy=2xe^{-x^2}$的通解为 ________.

6. 微分方程$y''+2y'+5y=0$的通解为 ________.

二、（12分，第1题5分，第2题7分）

1. 求$\lim\limits_{x\to+0}(\mathrm{ctg}\,x)^{\frac{1}{3+\ln x}}$

2. 设$f(x)=\begin{cases} \frac{1}{x}\ln(1+x^2) & x\neq 0 \\ 0 & x=0 \end{cases}$，

(1) 求$f'(0)$；(2) 讨论导函数$f'(x)$在$x=0$处的连续性.

三.（15分，每小题5分）

1. 设 $f(x)=\begin{cases} \ln(2+x) & x\geq 0 \\ \dfrac{1}{2-x} & x<0 \end{cases}$，计算 $\int_0^2 f(x-1)dx$.

2. 计算 $\int_0^{+\infty} \dfrac{xe^x}{(1+e^x)^2}dx$.

3. 求 $\iint\limits_D \sqrt{y}\,dxdy$，其中 $D=\{(x,y)\mid x^2+y^2\leq y\}$

四.（10分，每小题5分）

1. 设 $y=(1+\sin 2x)^x$，求 $\left.\dfrac{dy}{dx}\right|_{x=\frac{\pi}{4}}$.

2. 设 $\operatorname{tg} z=\dfrac{x+y}{x-y}$，求全微分 dz.

五.（21分，每小题7分）

1. 求函数 $f(x)=\int_0^{x^2}(2-t)e^{-t}dt$ 的极值.

2. 假设曲线 $y=1-x^2\ (0\leq x\leq 1)$ 与 x 轴及 y 轴所围的区域被另一曲线 $y=ax^2$ 分为面积相等的两部分，其中 a 是大于零的常数，求 a.

3. 设函数 $y=f(x)$ 是微分方程 $yy''=(y')^2$ 的解，并且 $y=f(x)$ 在点 $(0,1)$ 处的切线方程是 $y=2x+1$，求函数 $y=f(x)$.

六.（30分，每小题6分）

1. 设随机事件 A、B，$P(A)=0.3$，$P(B)=0.4$，$P(AB)=0.2$，

求 $P(B|A\cup B)$ ，$P(A|\bar{A}\cup\bar{B})$

2. 甲、乙俩人做游戏，轮流掷一枚正六面体的骰子，先掷得6点者为优胜者。若甲先掷，求甲获胜的概率。

3. 设随机变量ξ的概率密度函数为 $\varphi(x)=\begin{cases} x & 0\le x\le 1 \\ A-x & 1<x\le 2 \\ 0 & 其它 \end{cases}$

求：1) $A=?$　　2) ξ的分布函数 $F(x)=P(\xi<x)=?$

4. 设某电子管寿命（小时）具有概率密度函数 $\varphi(x)=\begin{cases} \frac{100}{x^2} & x>100 \\ 0 & x\le 100 \end{cases}$，

求某电器在最初使用的150小时中3个这类电子管全部要替换的概率。假定3个管子的寿命是相互独立的。

5. 设随机变量ξ与η相互独立，ξ在$[0, 0.2]$上服从均匀分布，η服从$\lambda=5$的指数分布，即η的概率密度函数是

$$\varphi_\eta(y)=\begin{cases} 5e^{-5y} & y>0 \\ 0 & y\le 0 \end{cases}$$

求概率 $P(\xi\le\eta)$.