浙 江 大 学

2001 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

考试科目 高等数学 编号 375

注意：答案必须写在答题纸上，写在试题纸或草稿上均无效。

一、計算（10分）

1. $\lim\limits_{x\to 1+0} \ln x \ln(x-1)$

2. $\lim\limits_{x\to 0} (x+e^{-x^2})^{\csc x}$

二、计算（25分）

1. 求 a, b，使 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{1-\sqrt{1-x}}{ax} & x<0 \\ \dfrac{1}{2}+bx & x\geq 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续且可导

2. 设 $x=x(t)$, $y=y(t)$ 由方程组 $\begin{cases} x^2+5xt+4t^3=0 \\ e^y+(t-1)y+\ln t=e \end{cases}$ 确定，求由上述参数方程确定的函数 $y=f(x)$ 在对应于 $t=1$ 时的导数。

3. 设 $z=(1+y)^x$，求 $\left.\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}\right|_{\substack{x=2\\y=1}}$

4. 求 $z=\operatorname{arctg}\frac{x+y}{x-y}$ 的一阶偏导数 $\frac{\partial z}{\partial x}$，$\frac{\partial z}{\partial y}$，并求函数在 $x=1$，$y=2$ 处相对于增量 $\Delta x=0.2$，$\Delta y=-0.1$ 的全微分.

5. 设 $z=z(x,y)$ 由方程 $F(x+z,y+z)=0$ 确定，其中F具有连续且不为零的一阶偏导数，求 $\frac{\partial z}{\partial x}+\frac{\partial z}{\partial y}$.

三. 计算（20分）

1. $\int_0^1 \frac{\ln(1+x)}{(2-x)^2}dx$

2. $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{1+\sqrt{x}}}$

3. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+x+1}$

4. $\int_0^1 dx\int_x^{\sqrt{x}} \frac{\sin y}{y}dy$

四.（8分）

在抛物线 $y=1-x^2$ 上求点 $M(a,b)$ $(a>0)$，过点M作抛物线的切线，使切线、抛物线及两坐标轴所围面积最小.

五（7分）

设曲线 $y=y(x)$ 过原点且满足 $y'(x)+2y(x)+5\int_0^x y(t)dt+e^{-x}=1$

求 $y=y(x)$.

六、填空 (12分)

1. 设A、B为随机事件且互不相容，已知 $P(A)=0.2$，$P(\bar{B})=0.6$，则 $P(B|\bar{A})=$ ______.

2. 设 ξ 服从正态分布 $N(5,5)$，η 服从均匀分布 $U[0,\pi]$，相关系数 $\rho_{\xi\eta}=\frac{1}{2}$，则 $E(\xi-2\eta)=$ ______，$D(\xi-2\eta)=$ ______.

3. 设 ξ 服从参数为 λ 的指数分布，ξ 的概率密度函数是：

$$\varphi(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x} & x>0\\ 0 & x\leq 0\end{cases} \quad (\lambda>0)$$

利用切比雪夫不等式估计概率 $P\{|\xi-\frac{1}{\lambda}|>\lambda\}\leq$ ______.

4. 设 ξ 的数学期望 $E\xi=\mu$，方差 $D\xi=\sigma^2$，$\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_n$ 相互独立且与 ξ 服从同一分布，记 $\bar{\xi}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\xi_i$，则 $E\bar{\xi}=$ ______，$D\bar{\xi}=$ ______

七、(18分)

1. 已知甲袋中有2只白球1只黑球，乙袋中有1只白球2只黑球，现从甲袋中任取一球放入乙袋，再从乙袋中任取一球放入甲袋，求甲袋中仍然是2只白球、1只黑球的概率。(4分)

2. 顾客到某一服务系统排队等候接受服务. 设等待时间 ξ(分钟) 服从概率密度函数为 $\varphi(x)=\begin{cases}\frac{1}{10}e^{-\frac{x}{10}} & x>0\\ 0 & x\le 0\end{cases}$ 的指数分布. 若某顾客等待时间超过10分钟即离去. 求离去概率. 如果此人一个月内到该服务系统8次, 求至少有一次离去的概率(6分)

3. 设 (ξ,η) 的联合密度函数为 $\varphi(x,y)=\begin{cases}12y^2 & 0<y<x<1\\ 0 & 其它\end{cases}$

求:(1)概率 $P(\xi+\eta<1)$ (2) ξ、η 的边缘密度函数 $\varphi_\xi(x)$, $\varphi_\eta(y)$, ξ 与 η 相互独立吗? (8分)