

浙 江 大 学

2001 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

考试科目 高等代数 编号 359

注意: 答案必须写在答题纸上, 写在试题纸或草稿上均无效。

(一) 分别在复数域, 实数域和有理数域上分解
 $x^4 + 1$ 为不可约因式之积. (10分)

(二) 设 $n \geq 2$, 计算 n 阶行列式 $D_n = \det(a_{ij})$,
 其中 $a_{ij} = |i - j|$

也即

$$D_n = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 & \cdots & n-2 & n-1 \\ 1 & 0 & 1 & \cdots & n-3 & n-2 \\ 2 & 1 & 0 & \cdots & n-4 & n-3 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ n-2 & n-3 & n-4 & \cdots & 0 & 1 \\ n-1 & n-2 & n-3 & \cdots & -1 & 0 \end{vmatrix}$$

(10分)

(三) 设 A 为 $m \times n$ 实矩阵

(i) 求证: $\text{秩}(A'A) = \text{秩}(A')$ (A' 表示 A 的转置)

(ii) 设 $X = (x_1, \dots, x_n)'$, b 是 $m \times 1$ 矩阵

求证: 线性方程组 $A'AX = A'b$ 有解. (10分)