浙 江 大 学

二〇〇2年攻读硕士学位研究生入学考试试题

考试科目 高等数学　　编号 382

注意：答案必须写在答题纸上，写在试卷或草稿纸上均无效。

一、计算（15分）

1. $\lim\limits_{x\to 0}\left[\dfrac{(1+x)^{\frac{1}{x}}}{e}\right]^{\frac{1}{x}}$

2. 已知当 x→0 时，有 $(1+\alpha x^2)^{\frac{1}{3}}-1\sim \cos x-1$，求 α .

3. 已知 x=0 是函数 $f(x)=\dfrac{\sqrt{1+\sin x+\sin^2 x}-(\alpha+\beta\sin x)}{\tan^2 x}$ 的可去间断点，求 α 、β．(tanx=tgx)

二、计算（20分）

1. 设 $f(x)=\begin{cases} x\arctan\dfrac{1}{x^2} & x\neq 0\\ A & x=0\end{cases}$ 连续且可导，求常数 A 及导数 f′(x)。

2. 函数 y=y(x) 由参数方程 $\begin{cases} x=\ln(t+\sqrt{1+t^2})\\ y=\arctan t\end{cases}$ 确定，求二阶导数 $\dfrac{d^2y}{dx^2}$。

3. 函数 z=z(x,y) 由方程 F(x−y, y−z, z−x)=0 确定，其中 F 具有连续偏导，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}+\dfrac{\partial z}{\partial y}$。

4. 设 $z=y\,f(\dfrac{x}{y})+x\,g(\dfrac{y}{x})$，其中 f, g 二阶可导，求 $x\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}+y\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$。

三、计算（15分）

1. $\displaystyle\int\frac{x\ln x}{(1+x^2)^2}dx$　　2. $\displaystyle\int_1^{+\infty}\frac{dx}{x(1+x^2)}$　　3. $\displaystyle\int_0^2 dy\int_{\frac{y}{2}}^1 e^{x^2}dx$

号

四、(6分)

求微分方程 $(x^2+1)y''=2xy'$ 满足初始条件 $y(0)=1, y'(0)=2$ 的特解.

五、(6分)

在底半径和高都为 3cm 的圆锥内，内接一个体积最大的长方体，求该长方体的长、宽、高.

六、(8分)

过原点作曲线 $y=\sqrt{x-1}$ 的切线，求曲线、切线、x 轴围成图形的面积及该平面图形绕 y 轴旋转一周所得旋转体体积.

七、(共 30 分)

1. (4 分) A、B 为随机事件，$P(A)=0.2$，$P(\overline{B})=0.6$，$P(A|B)=0.5$，求 $P(B|\overline{A})$.

2. (5 分) 已知随机变量 ξ 服从标准正态分布 N(0, 1)，η 服从指数分布：

$$\phi_\eta(y)=\begin{cases}2\ e^{-2y} & y>0\\ 0 & y\le 0\end{cases}$$，相关系数 $\rho_{\xi\eta}=0.5$，

求数学期望 $E(2\xi-\eta)$ 和方差 $D(2\xi-\eta)$.

3. (6 分) 设测量误差服从区间 (-0.5, 0.5) 上均匀分布，求三次独立测量中至少有一次误差绝对值超过 0.1 的概率.

4. (6 分) 用某方法检验产品，若产品是正品经检验也是正品的概率是 0.99，产品是次品经检验也是次品的概率是 0.95，当大批产品送来检验时，只随机地无放回地任意抽取 3 件，对每一件进行独立检验，若检验结果 3 件全是正品，则这批产品可以出厂，现在送来一批共 100 件产品，已知其中有 5 件次品，求经检验后这批产品能够出厂的概率.

5. (9 分) 设随机变量 (ξ, η) 的联合密度函数为

$$\phi(x,y)=\begin{cases}\dfrac{A}{y} & 0<x<y,0<y<1\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$$

求：(1) 常数 A

(2) 概率 $P(\xi+\eta\le 1)$

(3) 关于 ξ、η 的边缘密度函数 $\phi_\xi(x)$，$\phi_\eta(y)$.