

浙 江 大 学

714

二〇〇三年攻读硕士学位研究生入学考试试题

考试科目 量子力学 编号 345

注意:答案必须写在答题纸上,写在试卷或草稿纸上均无效。

第一题 (35分)

1. 如果 Ψ_1 和 Ψ_2 是某一体系的含时薛定谔方程的两个解

1). 它们的线性迭加

$$\Psi = a\Psi_1 + b\Psi_2,$$

(a, b 是常数), 是否满足同样的含时薛定谔方程?

2). 若令 $\Psi' = \Psi_1\Psi_2$, 你认为 Ψ' 是否满足同样的含时薛定谔方程?

2. 质量相同的两个粒子分别在宽度不同的两个一维无限深势阱中, 试问窄势阱中粒子的基态能量低, 还是宽势阱中的基态能量低?

3. 1). 你是否认识这三个矩阵

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

在量子力学中他们称为什么?

2). 大家知道, $[\hat{x}, \hat{p}] = i\hbar$ 为量子力学中最基本的对易关系 (这里 \hat{x} 和 \hat{p} 分别是位置算符和动量算符) 你是否记得角动量 $\hat{L}_x, \hat{L}_y, \hat{L}_z$ 之间的对易关系? 请写出来!3). 请算一下 $[[\hat{L}_x, \hat{L}_y], \hat{L}_z] + [[\hat{L}_y, \hat{L}_z], \hat{L}_x] + [[\hat{L}_z, \hat{L}_x], \hat{L}_y] = ?$

第二题 (20分)

有一个双势阱 (与量子力学问题有关)



$$V_0 = \begin{cases} \infty & x < 0 \\ -V_0 & 0 < x < a \\ 0 & a < x < 2a \\ -V_0 & 2a < x < 3a \\ \frac{1}{2}V_0 & 3a < x \end{cases}$$

这里 $V_0 > 0$, 试写出各区域内波函数的合理形式以及连接各区域的边界条件 (不必具体求解)

第三题 (25分)

处在均匀电场中的二维带电谐振子的哈密顿量为

$$\hat{H} = \frac{1}{2m}(p_x^2 + p_y^2) + \frac{1}{2}m\omega^2(x^2 + y^2) + eEx.$$

(注: 其中电场强度 E 是常数, e 为基本电荷)

1. 求出其能级。
2. 电场 E 的大小会产生什么影响?

第四题 (20分)

如果把原子实看作由一个点核和价电子均匀分布在半径为 a_0 的球内所组成, 那么其散射势可表示为

$$V(r) = \begin{cases} \frac{Ze^2}{r} - \frac{r}{R}, & r < a_0 \\ 0, & r > a_0. \end{cases}$$

其中 $R = \frac{a_0^2}{Ze^2}$, 试用玻恩近似求微分散射截面。

第五题 (22分)

考虑有二重内部自由度的粒子, 其简并基态 $|A\rangle, |B\rangle$ 对应于同一能量 E_0 , 即

$$\hat{H}_0|A\rangle = E_0|A\rangle$$

$$\hat{H}_0|B\rangle = E_0|B\rangle$$

试求相互作用

$$\hat{H}' = \frac{a}{2}(|A\rangle\langle A| + |B\rangle\langle B|) + \frac{b}{2}(|A\rangle\langle B| + |B\rangle\langle A|)$$

引起的能量修正。

(提示: $\langle A|B\rangle = 0$, $H'_{AA} = \langle A|\hat{H}'|A\rangle$, $H'_{AB} = \langle A|\hat{H}'|B\rangle \dots$)

第六题 (28分)

$$\hat{H} = \frac{1}{2m}(p_x^2 + p_y^2) + \frac{1}{2}m\omega^2(x^2 + y^2) + J\vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2, \quad J \ll \hbar\omega$$

\vec{S}_1, \vec{S}_2 表示粒子1和粒子2的自旋算符 (提醒: 要考虑全同性原理, 不必用微扰论)

1. 求由上述哈密顿量描写的自旋为1/2系统的基态能量和基态波函数。
2. 求由上述哈密顿量描写的自旋为1系统的基态能量和基态波函数。