

浙 江 大 学

二〇〇三年攻读硕士学位研究生入学考试试题

考试科目 概率与统计 编号 347

注意:答案必须写在答题纸上,写在试卷或草稿纸上均无效。

一、填空(每个空格5分,共50分)

1. 随机事件 A 与 B 互不相容, $P(A)=0.2$, $P(B)=0.6$ 则条件概率 $P(B|\bar{A})=$ _____.
2. 袋中有 6 只红球 4 只黑球, 现随机地取一球再取一球, 记事件 A 为“取得红、黑各一球”, 当放回取球时, $P(A)=$ _____; 不放回取球时, $P(A)=$ _____.
3. 三封信随机地向四个信箱投放, 第三个信箱恰好被投入一封信的概率为_____.
4. 寻呼台单位时间内收到的呼唤次数服从泊松分布, 已知至少收到一次呼唤的概率为 0.9, 则该台单位时间平均收到呼唤次数为_____.
5. 随机变量 ξ 与 η 相互独立, 数学期望 $E\xi=1$, $E\eta=-1$, 方差 $D\xi=D\eta=4$, 那么 $E(\xi+\eta)^2=$ _____.
6. 随机变量 (ξ, η) 服从二维正态分布, 且 $E\xi=E\eta=1$, $D\xi=1$, $D\eta=4$, 相关系数 $r=0$, 则协方差阵 $\Sigma=$ _____.
7. 随机变量 ξ 方差 $D\xi=1.5$, 则由契比晓夫不等式可得概率 $P(|\xi-E\xi|<1.5)$ 的估计式_____.
8. 设总体 $X \sim N(a, \sigma^2)$, (x_1, x_2, \dots, x_n) 为简单样本, 记 $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$, $s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$, 则 $E(\bar{x}^2) =$ _____.
9. 设总体 $X \sim N(a, 1)$, 为使 a 在置信概率 $1-\alpha=0.95$ 下的置信区间长度不超过 1, 子样容量应取_____.

二、(10 分)

两台车床加工同样零件，次品率分别为 0.02、0.03，第一台车床加工数是第二台的 2 倍，加工后零件堆放一起，求这批零件的次品率。若随机地取得一件次品，问它是哪台车床加工的可能性大？为什么？

三、(10 分)

在区间 $(-2, 1)$ 内随机取 n 个数 x_1, x_2, \dots, x_n ，求概率 $p\{\min(x_1, x_2, \dots, x_n) > 0\}$ 和 $p\{\max(x_1, x_2, x_3) > 0\}$

四、(12 分)

已知随机变量 ξ 有 $P(\xi \leq \frac{1}{2}) = \frac{1}{8}$ ，其概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} Bx & 0 \leq x \leq 1 \\ A - x & 1 < x \leq 2 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

求：(1) A、B.

(2) $\eta = -2\xi + 1$ 的密度函数 $f_\eta(y)$.

五、(15 分)

已知随机变量 (ξ, η) 服从平面区域 $D = \{(x, y) | y-1 \leq x \leq 1-y, 0 \leq y \leq 1\}$ 上均匀分布.

求：(1) (ξ, η) 的联合概率密度函数 $f(x, y)$ ，边缘密度函数 $f_\xi(x), f_\eta(y)$

(2) 概率 $P(\xi > \eta)$

(3) 协方差 $\text{cov}(\xi, \eta)$

六、某大批产品寿命 x 服从概率密度函数为

(14 分)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{1000} e^{-\frac{x}{1000}} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

的指数分布，现从中任取 50 件，用标准正态分布近似计算：

(1) 该 50 件产品的平均寿命大于 1000 的概率.

(2) 50 件产品中至少有 20 件寿命大于 1200 的概率.

七、(14 分)

设总体 x 服从区间 $[0, \lambda]$ 上均匀分布, 求 λ 的矩估计与极大似然估计.

八、(8 分)

某校某次考试成绩 $X \sim N(a, \sigma^2)$, 有人预测该次考试全体考生平均成绩在 72 分以上. 现从考生中随机抽取 36 名, 计算得到平均成绩 73.2 分, 标准差 $s=7.5$ 分, 试在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下检验上述预测 ($H_0: a=a_0=72$) 是否成立, 写出检验过程.

九、(10 分)

对甲、乙两厂生产的啤酒各作 5 次抽样检验, 对香味, 苦味、泡沫挂杯时间、二氧化碳含量等指标进行综合评分, 得如下数据:

工厂	综合评分值				
甲	85	83	90	94	87
乙	91	90	96	89	90

设综合评分服从正态分布 $X \sim N(a_1, \sigma_1^2), Y \sim N(a_2, \sigma_2^2)$, 在显著性水平 $\alpha=0.10$ 下检验 $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$, 写出检验过程.

十、(7 分)

某零售商欲研究每周广告费用 x (千元) 与销售量 y (千件) 的关系, 连续统计了 10 周这方面的数据, 计算得到 $\bar{x} = 34.67$ (千元), $\bar{y} = 461.25$ (千件), 经验回归系数 $\hat{b} = 3.211$, 试用线性回归估计当 $x=40$ (千元) 时的销售量.

附表:

$U \sim N(0,1)$ $P(U < 1.96) = 0.975$, $P(U < 1.645) = 0.95$, $P(U < 1.523) = 0.935$

$T_n \sim t(n)$ $P(T_{35} \geq 1.690) = 0.05$ $P(T_{36} \geq 1.688) = 0.05$

$P(T_{36} \geq 2.028) = 0.025$

$F \sim F(n_1, n_2)$ $P(F \geq F_{0.05}) = 0.05$

n_1		4	5
n_2	$F_{0.05}$	6.39	6.26
		5.19	5.05