

浙 江 大 学

二〇〇四年攻读硕士学位研究生入学考试试题

考试科目 量子力学

编号 342

注意: 答案必须写在答题纸上, 写在试卷或草稿纸上均无效。

第一题 (35 分):

(1) 由正则对易关系 $[\hat{x}, \hat{p}] = i\hbar$ 导出角动量的三个分量

$$L_x = y \frac{\partial}{\partial z} - z \frac{\partial}{\partial y} \quad L_y = z \frac{\partial}{\partial x} - x \frac{\partial}{\partial z} \quad L_z = x \frac{\partial}{\partial y} - y \frac{\partial}{\partial x}$$

的对易关系。

(2) 证明厄米算符的本征值为实数。

(3) 什么是量子力学中的守恒量, 它们有什么性质。

(4) 写出测不准关系, 并简要说明其物理含义。

(5) 写出泡利矩阵

$$\sigma^x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma^y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma^z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

满足的对易关系。

第二题 (30 分): 二维谐振子的哈密顿量为

$$H = \frac{1}{2m}(\hat{p}_x^2 + \hat{p}_y^2) + \frac{1}{2}m(\omega_1 x^2 + \omega_2 y^2)$$

(1) 求出其能级。

(2) 给出基态波函数。

(3) 如果 $\omega_1 = \omega_2$, 试求能级的简并度。

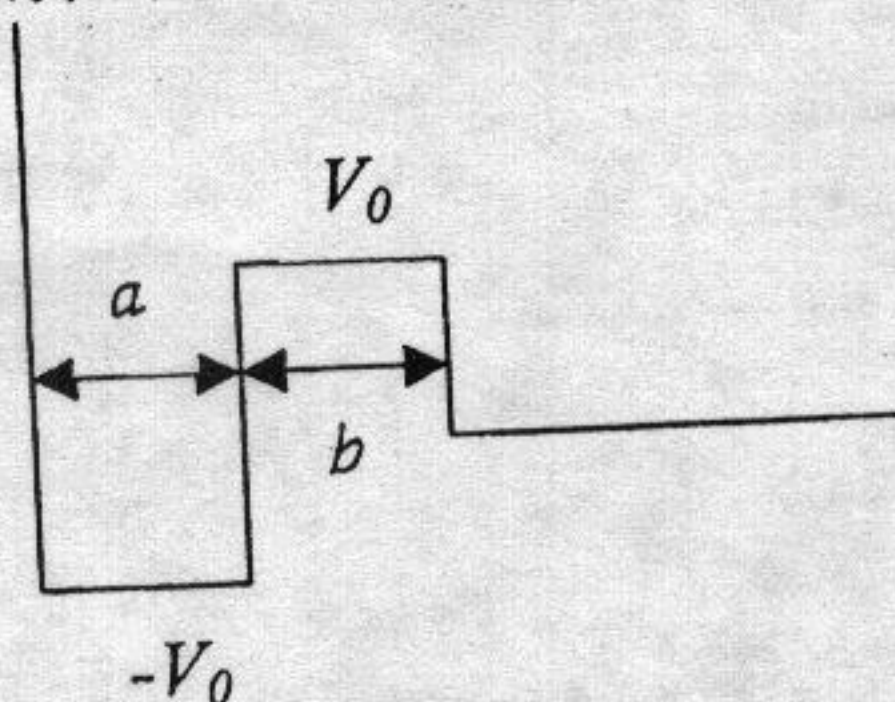
编号 342

第 1 页

第三题 (30 分): 有一个质量为 m 的粒子处在如下势阱中

$$V(x) = \begin{cases} \infty & x < 0 \\ -V_0 & 0 < x < a \\ V_0 & a < x < a+b \\ 0 & a+b < x \end{cases}$$

(这里 $V_0 > 0$)



(1) 试求其能级与波函数。

(2) 问通过调节势阱宽度 a , 能否让势阱中的粒子有一定的几率穿透出来。

(3) 如果你认为可以, 试确定参数 a 的取值范围。

第四题 (20 分): 原子序数较大的原子的最外层电子感受到的原子核和内层电子的总位势可表示为

$$V(r) = -\frac{e^2}{r} - \lambda \frac{e^2}{r^2}, \quad \lambda \ll 1$$

试求其基态能量。

第五题 (20 分): 求哈密顿量 $H = \sigma_1^x \sigma_2^x + \sigma_1^y \sigma_2^y + \alpha \sigma_1^z \sigma_2^z$

的本征值和本征矢量, 试分析 $\alpha = 1$ 时有何特点。(提示: 泡利矩阵中下标 1, 2 表示第一个粒子和第二个粒子, 因此可用矩阵直乘理解, 即 $\sigma_1^x \sigma_2^x = \sigma_1^x \otimes \sigma_2^x$ 等等)

第六题 (15 分): 有一个量子体系, 假如你已经知道基态和激发态的波函数分别是 $\psi_0, \psi_1, \psi_2, \psi_3 \dots$, 对应于 $E_0 < E_1 < E_2 < E_3 \dots$, 把两个全同粒子 (不考虑它们之间的相互作用) 放到该系统,

(1) 对于自旋为零的粒子, 写出基态与第一激发态的波函数。
对于自旋为 $1/2$ 的粒子, 写出基态波函数。