

2005 年浙江大学量子力学考研试题

第一题：简单题（28 分）

- (1) 写出测不准关系；
- (2) 写出泡利矩阵；
- (3) 对于 $\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \alpha \hat{L}_y$, (α 为常数), 下列力学量中哪些是守恒量？

$$\hat{H}, \hat{p}_x, \hat{p}_y, \hat{p}_z, \hat{p}^2, \hat{L}_x, \hat{L}_y, \hat{L}_z, \hat{L}^2$$

- (4) 能级的简并度指的是什么？

第二题：（21 分）

- (1) 电子在二维均匀磁场中运动, $\vec{B} = (0, 0, B)$, 试写出描写该系统的哈密顿量；
- (2) 现有三种能级 $E_n^I \propto \frac{1}{n^2}$, $E_n^{II} \propto n^2$, $E_n^{III} \propto n$, 请分别指出他们对应的是哪些系统。
- (3) 放射性指的是束缚在某些原子核中的更小粒子有一定的概率逃逸出来, 你认为这与什么量子效应有关？

第三题：（只需选做 (A), (B) 中一题）（20 分）

已知氢原子的基态波函数为 $\psi(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} e^{-r/a_0}$, 求

- (A) 势能的平均值 $V(r) = -\frac{e^2}{r}$;
- (B) 动能的平均值。

第四题：(21 分)

考虑一维阶梯势 $V(x) = \begin{cases} U_0 & x > 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$ ，若能量为 E 的粒子 ($E > U_0$) 从左边入射，试求该阶梯势的反射系数和透射系数。

第五题：(20 分)

将质子看作是半径为 R 的带电球壳， $V(r) = \begin{cases} \frac{e}{R} & r < R \\ \frac{e}{r} & r > R \end{cases}$ ，(其中 e 为基本电荷值， a_0 为玻尔半径， $R \ll a_0$)，计算由于质子 (即氢原子核) 的非点性引起氢原子基态能级的一级修正。

第六题：(选做 (A)，(B) 其中一题即可) (20 分)

(A) 求一粒子被半径为 R 的不可穿透硬球散射的 s 波相移。

(B) 试求屏蔽库仑场 $V(r) = \frac{Q}{r} e^{-r/a}$ 的微分散射截面。

(提示：可直接用中心势散射的玻恩近似公式的化简形式)

$$\sigma(\theta) = \frac{4m^2}{\hbar^4} \left| \int_0^\infty \frac{r \sin(Kr)}{K} V(r) dr \right|^2, \text{ 其中 } K = 2k \sin \frac{\theta}{2}.$$

第七题：(20 分)

一个量子点中的单电子能级有两个本征值 ε_1 和 ε_2 ，并且都是非简并的。其中 $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$ ，它们相应的单电子空间波函数分别为 $f(\vec{r})$ 和 $g(\vec{r})$ 。试求该量子点中有两个电子时 (电子的自旋为 $1/2$)，基态和第一激发态的波函数和能级简并度 (假定电子间无相互作用)。