

江苏大学 2006 年硕士研究生入学考试试题

考试科目：信号与系统

考生注意：答案必须写在答题纸上，写在试题及草稿纸上无效！

(说明：①本试卷在考试中需用计算器。②本试卷中， $\delta(t)$ 表示单位冲激信号， $\varepsilon(t)$ 表示单位阶跃信号， $\delta(n)$ 表示单位冲激序列， $\varepsilon(n)$ 表示单位阶跃序列。)

一、简单计算题(共 80 分，每题 8 分)

1. 计算下列积分的值。

(1) $\int_{-\infty}^{\infty} \delta'(t+2) \sin 3t dt =$

(2) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega t} [\delta(t+T_1) + \delta(t-T_1)] \varepsilon(t) dt =$

2. 一个离散时间信号 $f(k)$ 如题图 1 所示，画出信号 $f(-\frac{k}{3}+2)$ 的图形。



题图 1

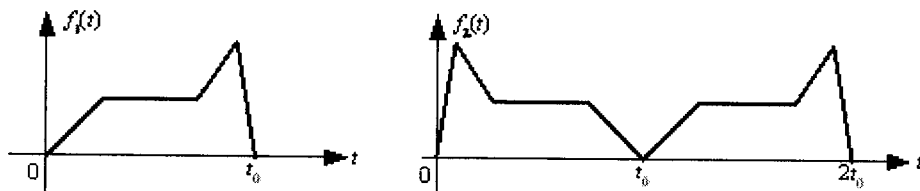
3. 求下列信号的指数形式的傅里叶展开式。

(1) $f(t) = \sin 2\omega_0 t$

(2) $f(t) = \cos(3t + \frac{\pi}{4})$

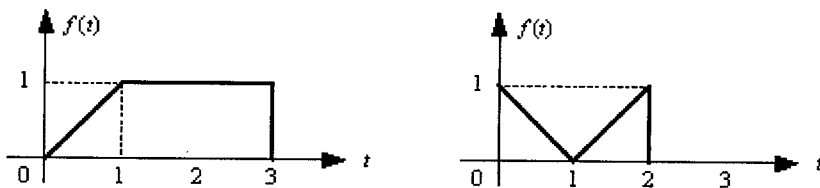
4. 对 $\cos 100\pi t$ 和 $\cos 750\pi t$ 二个信号以 $\frac{1}{400}$ 秒的周期抽样时，哪个抽样信号在恢复原信号时不出现混叠误差。分别画出抽样后的信号频谱。

5. 如题图 2 所示，已知 $f_1(t) \leftrightarrow F_1(j\omega)$ ，试求信号 $f_2(t)$ 的频谱函数。



题图 2

6. 试求下列题图 3 信号的单边拉普拉斯变换。



题图 3

7. (1) 已知 $f(k) \leftrightarrow F(z)$, $f(k) = a^k \varepsilon(k)$, 利用 Z 变换的性质, 求 $F_1(z) = z^{-N} F(2z)$ 的原函数。

(2) 求 $F(z) = \frac{z^{-1}}{1 + \frac{1}{4} z^{-2}}$ 单边逆 z 变换。

8. 已知某连续系统的特征多项式为:

$$D(s) = s^7 + 3s^6 + 6s^5 + 10s^4 + 11s^3 + 9s^2 + 6s + 2$$

试判断该系统的稳定情况, 并指出系统含有负实部、零实部和正实部的根各有几个?

9. 一初始状态为零的离散系统, 当输入 $f(k) = \sin 2k \varepsilon(k)$ 时, 测得输出

$$y(k) = (2e^{-2k} + \sin 2k - 2 \cos 2k) \varepsilon(k)$$

求该系统的系统函数 $H(z)$ 。

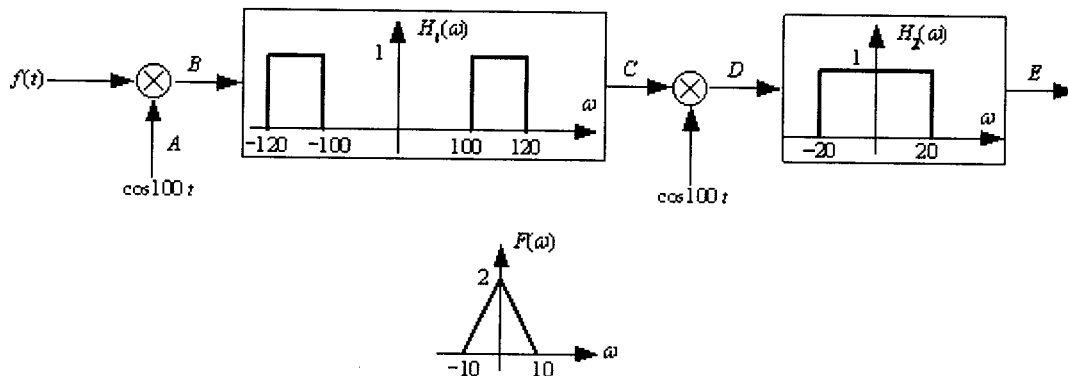
10. 已知一线性时不变系统对 $\delta'(t)$ 的零状态响应为 $y_f(t) = 3e^{-2t} \varepsilon(t)$, 试求

(1) 系统的冲激响应 $h(t)$ 。

(2) 系统对输入激励 $f(t) = 2[\varepsilon(t) - \varepsilon(t-2)]$ 产生的零状态响应 $y_2(t)$ 。

二、计算题 (共 70 分, 每题 10 分)

1. 在题图 4 所示的系统中, 已知输入信号 $f(t)$ 的频谱是 $F(\omega)$, 试分析系统中 A、B、C、D、E 各点频谱并画出频谱图, 求出 $y(t)$ 与 $f(t)$ 的关系。



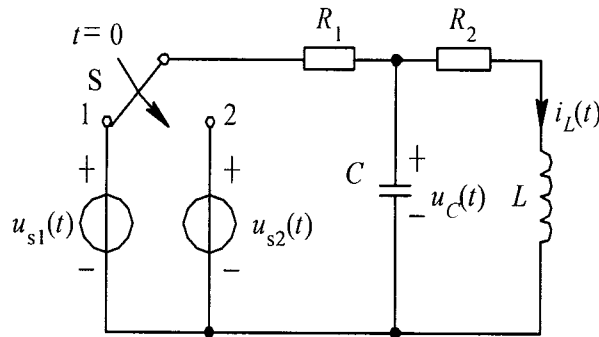
2. 已知理想低通滤波器的频率特性为:

$$H(j\omega) = \begin{cases} e^{-j\omega} & |\omega| < \omega_c \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

求输入信号 $f(t) = e^{-\alpha t} \varepsilon(t)$, ($\alpha > 0$) 归一化能量的一半通过的滤波器的截频 ω_c 。

3. 已知系统的冲激响应为 $h(t) = \delta'(t) + 3\delta(t) - 2(e^{-t} - e^{-2t})\varepsilon(t)$, 若 $f(t) = e^{-2t} \varepsilon(t)$, $y(0_-) = y'(0_-) = 1$, 试求系统和零输入响应 $y_x(t)$ 、零状态响应 $y_f(t)$ 和全响应 $y(t)$, 并指出其中的强迫响应、自由响应、瞬时响应和稳定响应。

4. 如题图 5 所示 RLC 系统, $u_{s1}(t) = 2V$, $u_{s2}(t) = 4V$, $R_1 = R_2 = 1 \Omega$, $L = 1H$, $C = 1F$ 。 $t < 0$ 时开关 S 位于“1”端, 电路的状态已经稳定, $t = 0$ 时 S 从“1”端接到“2”端, 求 $t \geq 0$ 时的完全响应 $i_L(t)$ 、零输入响应 $i_{Lx}(t)$ 和零状态响应 $i_{Lf}(t)$ 。



题图 5

5. 已知描述某 LTI 离散时间系统的差分方程为：

$$y(k) - 3y(k-1) + 2y(k-2) = f(k-1) - 2f(k-2)$$

当系统的输入为 $f(k) = 2^k \varepsilon(k)$ 时，在 $k=1$ 和 $k=2$ 时刻测得系统的输出为 $y(1) = 2$ ， $y(2) = 6$ ，求系统的零输入响应、零状态响应和全响应。

6. 已知离散时间系统的单位脉冲响应为 $h(k) = [(k+1)(\frac{1}{3})^k - (\frac{1}{4})^k] \varepsilon(k)$ ，试判断该系统的稳定性；若系统的输入为 $f(k) = 6 + 6 \cos(\frac{\pi k}{2})$ ， $-\infty < k < \infty$ ，求系统的稳态响应。

7. 已知 FIR 滤波器的系统函数为：

$$H(z) = \frac{1}{10} (1 + 2z^{-1} + 4z^{-2} + 2z^{-3} + z^{-4})$$

- (1) 求 $H(e^{j\omega})$ 的表示式，粗略画出频域幅度特性；
- (2) 画出乘法次数最少的结构框图表示。

附录 1. 参考公式：

1. 周期信号的傅立叶级数(指数形式)

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n e^{jn\omega_0 t} \quad F_n = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-jn\omega_0 t} dt$$

2. 傅立叶变换(傅立叶积分)

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

3. 傅立叶变换的性质(部分性质)

性质名称	$f(t)$	$F(j\omega)$
对称性	$F(jt)$	$2\pi f(-\omega)$
时域扩展与延迟性	$f(at - t_0)$	$\frac{1}{a} F\left(j \frac{\omega}{a}\right) e^{-j \frac{\omega}{a} t_0}$
频移性	$f(t) e^{j\omega_0 t}$	$F[j(\omega - \omega_0)]$

时域微分	$\frac{df(t)}{dt}$	$j\omega F(j\omega)$
频域微分	$(-jt)^{(n)} f(t)$	$F^{(n)}(j\omega)$
频域积分	$\frac{f(t)}{-jt}$	$F^{(-1)}(j\omega)$
时域卷积	$f_1(t) * f_2(t)$	$F_1(j\omega)F_2(j\omega)$
频域卷积	$f_1(t)f_2(t)$	$\frac{1}{2\pi}F_1(j\omega)*F_2(j\omega)$
时域抽样	$\sum_{n=-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t-nT_s)$	$\frac{1}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{\infty} F(j\omega - jk\omega_s)$
信号能量	$W = \int_{-\infty}^{\infty} [f(t)]^2 dt$	$W = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega) ^2 d\omega$
4. 拉普拉斯变换	$F(s) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-st} dt$	$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} F_b(s) e^{st} ds$
5. 拉普拉斯性质		
尺度扩展性	$f(at) \quad a > 0 \text{ 实数}$	$\frac{1}{a} F\left(\frac{s}{a}\right) \quad \text{Re}[s] > a\sigma_0$
时域微分	$f^{(n)}(t)$	$s^n F(s) - \sum_{m=0}^{n-1} s^{n-1-m} f^{(m)}(0_-) \quad \text{Re}[s] > \sigma_0$
频移性	$f(t)e^{s_0 t}$	$F(s - s_0) \quad \text{Re}[s] > \sigma_0 + \sigma_a$
时域微分	$f^{(n)}(t)$	$s^n F(s) - \sum_{m=0}^{n-1} s^{n-1-m} f^{(m)}(0_-) \quad \text{Re}[s] > \sigma_0$
S 域微分	$(-t)^n f(t)$	$\frac{d^n F(s)}{ds^n}$
S 域积分	$\frac{f(t)}{t}$	$\int_s^{\infty} F(\eta) d\eta$
6. Z 变换	$F(z) = \sum_{k=0}^{\infty} f(k)z^{-k}$	
7. Z 变换的性质		
尺度扩展性	$a^k f(k)$	$F\left(\frac{z}{a}\right)$
单边移位	$f(k-m)$	$z^{-m} F(z) + \sum_{k=0}^{m-1} f(k-m)z^{-k}$
Z 域微分	$k^m f(k)$	$[-z \frac{d}{dz}]^m F(z)$