机密★启用前

# 江苏大学2008年硕士研究生入学考试试题

科目代码： 855　　　　科目名称： 概率论与数理统计

考生注意：答案必须写在答题纸上，写在试卷、草稿纸上无效！（允许使用计算器）

1. （8分）设$P(A)=0.5, P(B)=0.6, P(B|A)=0.8$，求$P(A\cup B)$与$P(B-A)$

2. （12分）设$X_1,X_2,X_3$相互独立，其中$X_1$服从[ 0 ，4] 上的均匀分布，$X_2\sim N(0,4^2)$，$X_3$服从参数$\lambda=3$的泊松分布，记$Y=X_1+2X_2-4X_3$，求$EY,DY$

3. （12分）设$X\sim N(3,2^2)$，求：（1）$P\{2\le X<5\}$，（2）$P\{-4\le X<10\}$，（3）$P\{|X|>2\}$。

4. （12分）设灯泡的寿命X（以小时计）的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{100}{x^2}, & x\ge 1000\\ 0, & x<1000\end{cases}$，一个教室中装有4个这样的灯泡，求：（1）最初1500小时内没有一个损坏的概率，（2）最初1500小时内只有一个损坏的概率。

5. （12分）设总体$X$的概率密度函数为$f(x)=\begin{cases}\sqrt{\theta}x^{\sqrt{\theta}-1}, & 0\le x\le 1\\ 0, & 其它\end{cases}$，$x_1,x_2,\cdots x_n$为来自总体$X$的一组样本观察值，求参数$\theta$的矩估计值和极大似然估计值。

6. （10分）设$(X,Y)$的概率密度为$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}(x+y)e^{-(x+y)}, & x>0,y>0\\ 0, & 其它\end{cases}$，求关于$X$的边缘概率密度及关于$Y$的边缘概率密度。

7. （10 分）设顾客在某银行的窗口等待服务的时间$\xi$（以分计）服从指数分布，其概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{5}e^{-\frac{x}{5}}, & x>0\\ 0, & x\le 0\end{cases}$$

，某顾客在窗口等待服务，若超过 10 分钟，他就离开。他一个月要到银行 5 次，以$\eta$表示一个月内他未等到服务而离开窗口的次数。写出$\eta$的分布律，并求$P\{\eta\ge 1\}$。

8.（10 分）设甲袋中装有 5 个红球，7 个白球，乙袋中装有 4 个红球，7 个白球，红、白球的大小完全一样。今从甲袋中任取 2 个球放入乙袋，再从乙袋中任取 1 球，求从乙袋中取到白球的概率。

9.（10 分）设随机变量 $X,Y$ 相互独立，$X$ 在 $[0,1]$ 上服从均匀分布，$Y$ 服从参数 $\lambda=5$ 的指数分布，即 $Y$ 的分布密度为 $f_Y(y)=\begin{cases}5e^{-5y}, & y>0\\ 0, & y\le 0\end{cases}$。

求：（1）$(X,Y)$ 的联合分布密度；

（2）设含 $a$ 的二次方程为 $a^2+2\sqrt{X}a+Y=0$，试求 $a$ 有实根的概率

（3）求随机变量 $X$ 与 $Y$ 之和的分布密度。

10.（10 分）设总体 $X\sim N(\mu,4)$，$X_1,\cdots X_n$ 为来自总体 $X$ 的一个样本，样本均值为 $\bar{X}$，问：

（1）样本容量 $n$ 应取多大，才能使

$a)$ $P\{|\bar{X}-\mu|\le 0.1\}\ge 0.95$；$b)$ $E[(\bar{X}-\mu)^2]\le 0.2$；

（2）求 $P\{\sum_{i=1}^{10}(X_i-\bar{X})^2\ge 45.6\}$

11.（8 分）设 $X_i$（$i=1,2,\cdots,50$）是相互独立的随机变量，且他们都服从参数为 $\lambda=0.03$ 的泊松分布，设 $Z=X_1+X_2+\cdots+X_{50}$，试利用中心极限定理计算 $P\{Z\ge 3\}$。

12.（10 分）有一批枪弹，其初速度 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，其中 $\mu=950m/s$，经过较长时间储存后，先取出 9 发枪弹试射，测其初速度，得样本值如下（单位 $m/s$）：914, 920, 910, 934, 953, 945, 912, 924, 940。给定显著性水平 $\alpha=0.05$，问这批枪弹的初速度是否起了变化（假定 $\sigma$ 没有变化）？

13.（10 分）若事件 $A$ 与 $B$ 相互独立，证明：$\bar{A}$ 与 $B$ 相互独立，$\bar{A}$ 与 $\bar{B}$ 相互独立。

14.（8 分）设 $X_1,\cdots X_n,X_{n+1}$ 为来自总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ 的样本 $(n>1)$，若 $\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$，

$S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$，试求常数 $c$，使 $c(\overline{X}-X_{n+1})/S\sim t(n-1)$；又若 $n=9$，且 $P(\overline{X}-kS<X_{10}<\overline{X}+kS)=0.90$，求 $k$ 的值。

15.（8 分）对某种产品的质量指标进行抽样检验，每天抽取容量为 5 的样本（各天的样本相互独立），某 4 天的样本方差数据为

$$S_1^2=320,\quad S_2^2=453,\quad S_3^2=141,\quad S_4^2=296.$$

试求 $\sigma^2$ 的 95%的置信区间（假定产品的质量指标 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$）

附：1、$\phi(x)=P(X<x)$，$X\sim N(0,\ 1)$，$\phi(1.96)=0.9750$，$\phi(0.5)=0.6915$，$\phi(1)=0.8413$，$\phi(1.225)=0.8897$，$\phi(2.5)=0.9938$，$\phi(3.5)=0.9998$

2、$P(\chi^2>\chi_\alpha^2)=\alpha$，$\chi_{0.05}^2(5)=11.07$，$\chi_{0.05}^2(6)=12.59$

$\chi_{0.25}^2(9)=11.4$，$\chi_{0.025}^2(16)=6.908$，$\chi_{0.975}^2(16)=28.845$

3、$P(t>t_\alpha)=\alpha$，$t_{0.05}(8)=1.86$，$t_{0.025}(8)=2.3060$，$t_{0.025}(10)=2.2281$

4、$P(F>F_\alpha)=\alpha$，$F_{0.05}(1,\ 10)=4.96$