机密★启用前

江苏大学2009年硕士研究生入学考试试题

科目代码： **854** **科目名称：** 概率论与数理统计

考生注意：答案必须写在答题纸上，写在试卷、草稿纸上无效!

一、填空题（每空5分，共计40分）

1. 设A，B是两个相互独立的随机事件，且知$P(A)=\frac{1}{4}$，$P(B)=\frac{1}{3}$，则$P(A\bar{B})=$_________.

2. 某人忘记了电话号码，因而他随意地拨号，则他拨号不超过三次而接通所需要的电话的概率为_________.

3. 设总体X服从正态分布$N(0,2^2)$，而$X_1,X_2,\cdots,X_{15}$是来自总体X的简单随机样本，则随机变量$Y=\frac{X_1^2+\cdots+X_{10}^2}{2(X_{11}^2+\cdots+X_{15}^2)}$服从_____________.

4. 某柜台有4个服务员 ，他们是否需用台秤是相互独立的，在1小时内每人需用台秤的概率为$\frac{1}{4}$，则4人中至多1人需用台秤的概率为_________.

5. 设X，Y是两个相互独立同服从正态分布$N(0,(\frac{1}{\sqrt{2}})^2)$的随机变量，则$E(|X-Y|)=$______.

6. 将一枚硬币重复郑n次，以X和Y分别表示正面向上和反面向上的次数，则X与Y的相关系数等于_________.

7. 设随机变量X服从参数为λ的Poisson分布，且已知E[(X-1)(X-2)]=1，则$\lambda=$_________.

8. 设离散型随机变量X的分布律为$P(\xi=k)=\frac{A}{3^k k!}, k=0,1,2,\cdots$. 则常数$A$应为_________.

二、（15 分）设某地区成年居民中肥胖者占 10%，不胖不瘦者占 82%，瘦者占 8%，又知肥胖者患高血压的概率为 20%,不胖不瘦者患高血压病的概率为 10%，瘦者患高血压病的概率为 5%，试求 ：

(1) 该地区居民患高血压病的概率；

(2) 若知某人患高血压，则他属于肥胖者的概率有多大？

三、（12 分）某种电子元件的寿命 x 的概率密度

$$\varphi(x)=\begin{cases}\dfrac{10}{x^2}, & x\geq 10\\ 0, & x<10\end{cases}$$

某总机使用 150 小时内，上述三个元件都不失效的概率是多少？三个元件都失效的概率是多少 ？

四、（15 分）在考查硝酸钠的可溶性程度时 ，对一系列不同的温度观察它在 100ml 的水中溶解的硝酸钠的重量 ，得观察结果如下：

温度 x_i	0	4	10	15	21	29	36	51	68
重量 y_i	66.7	71.0	76.3	80.6	85.7	92.9	99.4	113.6	125.1

从经验和理论知 y_i 与 x_i 之间有关系式：$y_i=a+bx_i+\varepsilon_i$， $i=1,2,\cdots,9$. 且各 ε_i 独立同分布于 $N(0,\sigma^2)$。试用最小二乘法估计 a，b.

五、（15 分）设总体 $X\sim N(\mu,4)$，$X_1,\cdots X_n$ 为来自总体 X 的一个样本，样本均值为 $\bar{X}$，问：

（1）样本容量 n 应取多大，才能使

$a)$ $P\{|\bar{X}-\mu|\leq 0.1\}\geq 0.95$； $b)$ $E[(\bar{X}-\mu)^2]\leq 0.2$；

（2）求 $P\{\sum_{i=1}^{10}(X_i-\bar{X})^2\geq 45.6\}$（已知 $\phi(1.96)=0.9750, \chi^2_{0.25}(9)=11.4$）

六、（15 分）设二维随机变量(X,Y)的联合密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}1,|y|<x,0<x<1\\0,\text{其它}\end{cases}$$

（1）计算$P(X>\frac{1}{2}\Big|Y>0)$；

（2）求 X 与 Y 的密度函数；

（3）求 Z＝X＋Y 的密度函数。

七、（13 分）设总体X的密度函数为$f(x,\theta)=\frac{1}{2\theta}e^{-\frac{|x|}{\theta}},-\infty<x<+\infty$，$X_1,X_2,\cdots,X_n$是来自$X$的简单随机样本，试求：

（1）θ的最大似然估计$\hat{\theta}$；

（2）$\hat{\theta}$是否是θ的有效估计，为什么？

八、（15 分）某化工厂为了提高某种化学药品的得率，提出了两种工艺方案，为了研究哪一种方案好，分别对两种工艺各进行了 10 次试验，计算得

$\overline{X}_{甲}=65.96,S_{甲}^2=3.351,\overline{X}_{乙}=69.43,S_{乙}^2=2.246,$

假设得率均服从正态分布，问方案乙是否能比方案甲显著提高得率$(\alpha=0.01)$？

九、（10 分）设随机变量 X 与 Y 独立同服从参数为 1 的指数分布。证明$X+Y$与$\frac{X}{Y}$相互独立。

附：$F_{0.005}(9,9)=6.54,F_{0.01}(9,9)=5.35,$

$t_{0.005}(18)=2.878,t_{0.01}(18)=2.5524,t_{0.005}(19)=2.8609,t_{0.01}(19)=2.5395$