机密★启用前

江苏大学 2010 年硕士研究生入学考试试题

科目代码：~~450~~ 854　　　科目名称：　概率论与数理统计A

考生注意：答案必须写在答题纸上，写在试卷、草稿纸上无效！（允许使用计算器）

一、填空题（每空5分，共计40分）

1. 设事件 A，B 的概率分别为 $\frac{1}{3}$ 与 $\frac{1}{2}$，若 A 与 B 互斥，则 $P(B\overline{A})=$_________；若 $A\subset B$，则 $P(B\overline{A})=$_________.

2. 某人忘记了电话号码，因而他随意地拨号，则他拨号不超过三次而接通所需要的电话的概率为_________.

3. 设X服从正态分布 $N(1,2^2)$，Y 服从参数为 3 的泊松分布，Z 服从[2，8]上的均匀分布。令 $V=4X+3Y-Z$，则期望 $E(2V-3)=$__________，方差 $D(4V-5)=$__________.

4. 设灯泡的寿命X（以小时计）的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}\frac{1000}{x^2}, & x\geq 1000\\ 0, & x<1000\end{cases}$，一个教室中装有3个这样的灯泡，则最初1500小时内没有一个损坏的概率为_____________，最初1500小时内只有一个损坏的概率为_______________.

5. 设总体 X 服从正态分布 $N(0,2^2)$，而 $X_1,X_2,\cdots,X_{15}$ 是来自总体X的简单随机样本，则随机变量 $Y=\dfrac{X_1^2+\cdots+X_{10}^2}{2(X_{11}^2+\cdots+X_{15}^2)}$ 服从_____________.

二、（12分）设 $X_1,\cdots X_5$ 为取自正态总体 $N(0,2^2)$ 的样本，记

$$Z=a(X_1-2X_2)^2+b(3X_3-4X_4)^2+cX_5^2$$

试确定 a,b,c 使得Z服从 χ^2 分布.

三、（12分）设总体 $X\sim N(40,5^2)$，$X_1,\cdots X_n$ 为来自总体 X 的一个样本，样本均值为 $\overline{X}$，

（1）抽取容量为 36 的样本，求 $P\{38<\overline{X}<43\}$；

（2）问：抽取样本容 n 为多大时，才能使 $P\{|\overline{X}-40|<1\}=0.95$.

（已知 $\phi(2.4)=0.9918,\phi(3.6)=0.9998,\phi(1.96)=0.9750$）

四、（16 分）设二维随机变量(X, Y)的联合概率密度函数为

$$f(x,\ y)=\begin{cases} x+y & 0\le x\le 1,\ 0\le y\le 1, \\ 0 & \text{其它。} \end{cases}$$

求：（1）边缘概率密度函数 $f_X(x),\ f_Y(y)$，并验证 X，Y 是否独立；

（2）期望和方差 $E(X),\ D(X),\ E(Y),\ D(Y)$；

（3）协方差 $\mathrm{cov}(X,\ Y)$ 和相关系数 ρ_{XY} .

五、（15 分）一民航机场的送客车载有 20 位旅客机场开出，沿途旅客有 10 个车站可以下车，如到达一个车站没有旅客下车就不停车。假设每位旅客在各个车站下车是等可能的，并设各旅客是否下车相互独立。以 X 表示停车的次数，求 $E(X)$.

六、（16 分）已知射击命中点的坐标$(X\ ,\ Y)$是服从二维正态分布的随机变量，它的概率密度为

$$f(x\ ,y)=\frac{1}{2\pi\sigma^2}e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}\ ,-\infty<x<+\infty\ ,-\infty<y<+\infty$$

求命中点与靶心的距离 $Z=\sqrt{X^2+Y^2}$ 的概率密度.

七（15分）设随机变量X服从（0-1）分布，即 $X\sim B(1,p),X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是总体的一个样本，求参数 p 的极大似然估计量.

八、（12 分）设 $(x_1,y_1),(x_2,y_2),\cdots,(x_n,y_n)$ 是一组样本观测值，在平面上所处的位置近似形成一条直线，现选择函数 $\hat{y}=\hat{a}+\hat{b}\,x$ 使得 $\sum_{i=1}^{n}(y_i-\hat{y}_i)^2=\sum_{i=1}^{n}(y_i-\hat{a}-\hat{b}x_i)^2$ 达到最小，求 $\hat{a},\hat{b}$.

九、（12 分）现有甲、乙两台车床生产同一型号的滚珠，根据经验两台车床生产的滚珠直径都服从正态分布，现从这两台车床生产的产品中分别抽出 8 个和 9 个，测得滚珠直径（单位 mm）分别为

甲	15.0	14.5	15.2	15.5	14.8	15.1	15.2	14.8	
乙	15.2	15.0	14.8	15.2	15.0	15.0	14.8	15.1	14.8

在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下，问乙车床生产的滚珠直径的方差是否比甲车床生产的小？（ $F_{0.05}(7,8)=3.50$ ）