机密★考试结束前

江苏大学 2010 年硕士研究生入学考试试题

科目代码：362　　　　科目名称：　高等数学

考生注意：答案必须写在答题纸上，写在试卷、草稿纸上无效!

一、填空题（25 分）

1、$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\left(\dfrac{1}{\sin x}-\dfrac{1}{x}\right)}{x}=$____________

2、设函数 $f(x)$ 一阶导数连续，$f(0)=0$ 且 $f'(0)=1$，若函数 $F(x)=\begin{cases}\dfrac{f(x)+\sin 2x}{x}, & x\neq 0\\ A, & x=0\end{cases}$

在 $x=0$ 处连续，则 $A=$____________

3、设 $f(x)$ 连续，$f(0)=0$，$f'(0)=2$，则 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int_{-x}^{0} f(t)dt}{\sin^2 x}=$____________

4、设 $f(x)$ 连续，且 $\int_0^{x^2-1} f(t)dt=1+x^3$，则 $f(8)=$____________

5、若 $f(x_0-2\sin\Delta x)-f(x_0)$ 与 $-\Delta x\cos 2\Delta x$ 当 $\Delta x\to 0$ 为等价无穷小，则 $f'(x_0)=$____________.

二、选择题（25 分）

6、设函数 $f(x)$ 具有任意阶导数，且 $f'(x)=[f(x)]^2$，则 $f^{(n)}(x)$ 的表达式为　【　】

(A) $n[f(x)]^{n+1}$　　(B) $n![f(x)]^{n+1}$

(C) $(n+1)[f(x)]^{n+1}$　　(D) $(n+1)![f(x)]^{n+1}$

7、设 $f(x)$ 连续并且 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x^2}=-1$，则有　【　】

(A) $f(x)$ 在 $x=0$ 处取到极大值 0

(B) $f(x)$ 在 $x=0$ 处取到极小值 0

(C) $f(x)$ 在 $x=0$ 处取到极大值 -1

(D) $f(x)$ 在 $x=0$ 处取到极小值 -1

8、设 $f(x)$ 有连续的导数，$f(0)=0$、$f'(0)\neq 0$，$F(x)=\int_0^x (x^2-t^2)f(t)dt$，且当 $x\to 0$ 时 $F'(x)$ 与 x^k 是同阶无穷小，则 k 等于　【　】

(A) 1　　(B) 2

(C) 3　　(D) 4

9、设$f(x)$二阶可导，且$f'(x)<0$，$f''(x)>0$，$\Delta y=f(x+\Delta x)-f(x)$，则当$\Delta x>0$时有【　】

(A) $\Delta y>dy>0$　　(B) $\Delta y<dy<0$

(C) $dy>\Delta y>0$　　(D) $dy<\Delta y<0$

10、设$F(x)=\int_x^{x+2\pi}e^{\sin t}dt$，则$F(x)$为　【　】

(A) 正常数　(B) 负常数　(C) 恒为零　(D) 不为常数

三、解答题

11、[8 分] 判断$f(x)=\dfrac{1}{1-e^{\frac{x}{1-x}}}$间断点的类型。

12、[9 分]设$0<x_1<6$，$x_{n+1}=\sqrt{x_n(6-x_n)}$　$(n=1,2,\cdots)$，证明数列的极限存在，并求此极限。

13、 [9 分]设$u=f[\varphi(x)+y^2]$，x,y满足方程$y+e^y=x$，f、φ均二阶可导，求$\dfrac{du}{dx}$

14、[11 分]计算定积分$I=\int_{-2}^{2}(|x|+x)e^{-|x|}dx$

15、[12 分]$f(x)=x^2\ln(1+2x)$，求$f^{(n)}(0)$，$n\geq 5$

16、[13 分]设$f(x)$在$x=0$的某个邻域内连续且满足

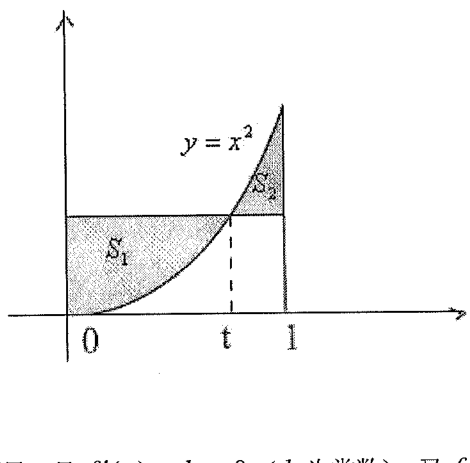
$$f(1+\tan x)-3f(1-\tan x)=8\sin x+o(x),$$

其中$o(x)$当时的高阶无穷小，且$f(x)$在$x=1$处可导，求$y=f(x)$在$(1,f(1))$处切线方程。

17、[13 分]考虑函数$y=x^2$，$0\leq x\leq 1$。问

(1) t取何值时，图中阴影部分的面积S_1与S_2之和$S=S_1+S_2$最小；

(2) t取何值时，面积$S=S_1+S_2$最大？



18、[13 分]证明不等式：$\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}>1+\dfrac{x^2}{2},x\neq 0$

19、[12 分]设$f(x)$在$[a,+\infty)$上连续，在$(a,+\infty)$内可导，且$f'(x)>k>0$（k为常数），又$f(a)<0$，证明$f(x)=0$在$(a,a-\dfrac{f(a)}{k})$内有唯一实根。